M. Bratiichuk, D. Derfla
Instytut Matematyki Politechniki Śląskiej
Gliwice
E-mail: Mykola.Bratiichuk@polsl.pl

Dyskontowa funkcja Gerbera-Shiu dla procesu ryzyka ze zmiennym tempem napływu wpłat

Rozpatrzmy klasyczny model ryzyka z komponentą dyfuzyjną postaci

$$\xi(t) = u + ct - \sum_{n=1}^{N(t)} \xi_n + \sigma W(t), \tag{1}$$

w którym $u \geq 0$ – kapitał początkowy, c – tempo wpływu wpłat, $\sigma > 0$ – współczynnik dyfuzji, $N(t)$ – proces Poissona z parametrem λ, ξ_n, $i \geq 1$, – niezależne zmienne losowe, zaś $W(t)$ – standardowy proces Wienera. Składnik $\sigma W(t)$ w modelu (1) opisuje losowe wahanie kapitału.

Rozpatrzmy dla modelu (1) następujący schemat. Załóżmy, że mamy n poziomów $0 = b_0 < b_1 < \ldots < b_n = \infty$, i niech

$$d\xi(t) = c_i\,dt - dS(t) + \sigma_i\,dW(t), \qquad b_{i-1} \leq \xi(t) < b_i, \tag{2}$$

gdzie $S(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} \xi_n$. Model (2) oznacza, że tempo wpłat i współczynnik dyfuzji w przypadku, gdy proces $\xi(t)$ jest w i-tym pasie, tj. gdy $\xi(t) \in [b_{i-1}, b_i)$, są równe odpowiednio c_i i σ_i.

Niech $\tau = \inf\{t \geq 0 : \xi(t) < 0\}$ i niech

$$M(\delta, u) = \mathbf{E}_u\{e^{-\delta\tau} W\big((\xi(\tau-), -\xi(\tau)\big)\}$$

gdzie $\delta > 0$ i $W(x, y)$ $x, y \geq 0$, jest funkcją ograniczoną i nieujemną. Funkcję $M(\delta, u)$, wprowadzoną przez Gerbera i Shiu w [1], nazywamy dyskontową funkcją Gerbera-Shiu. Wiadomo, że funkcja ta, zawierająca nie tylko chwilę bankructwa, lecz również nadwyżkę bezpośrednio przed bankructwem i deficyt w momencie ruiny, jest potężnym narzędziem analitycznym. W artykule zostanie przedstawione nowe podejście do badania funkcji $M(\delta, u)$ dla modelu (2). Naszym zdaniem zaproponowane podejście jest efektywniejsze od podejścia z [2]. Dodatkowo zostaną również przedstawione pewne rezultaty numeryczne.

Bibliografia

[1] H. U. Gerber, E. S. W. Shiu, *On the time value of ruin*, North American Actuarial Journal 2 (1998), 48–78.

[2] H. Yang, Z. Zhang, *The pertubed compound Poisson risk model with multi-layer divident strategy*, Statistics and Probability Letters 79 (2009), 70–78.