dr Zdzisław Stempień
Politechnika Łódzka

Zadanie sterowania optymalnego opisane nieliniowym równaniem belki i jego aproksymacja typu Galerkina

W referacie rozważamy problem sterowania optymalnego opisany równaniem belki postaci

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \left(\beta + \gamma \int_0^l \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = f + Bu$$

gdzie funkcje $y = y(x,t)$ — stan układu, $u = u(x,t)$ — sterowanie dla $x \in (0,l)$ oraz $t \in (0,T)$ dla $0 < l$, $T < \infty$. α, β, γ — stałe fizyczne oraz f, B — odpowiednio zadana funkcja i pewien operator. Do równania belki dołączamy jednorodne warunki brzegowe postaci $y(0,t) = \frac{\partial y(0,t)}{\partial x} = 0$ i $y(l,t) = \frac{\partial y(l,t)}{\partial x} = 0$ oraz warunki początkowe $y(x,0) = y_0(x)$ i $\frac{\partial y(x,0)}{\partial t} = y_1(x)$.

Przy odpowiednich założeniach formułujemy twierdzenie o istnieniu słabego rozwiązania tego zagadnienia granicznego.

Zadanie sterowania optymalnego polega na minimalizacji pewnego kwadratowego wskaźnika jakości i posiada co najmniej jedno rozwiązanie.

Do rozważanego zadania sterowania stosujemy skończeniewymiarową aproksymację typu Galerkina względem zmiennej przestrzennej i dowodzimy twierdzenia o istnieniu rozwiązań optymalnych dla zadań po aproksymacji oraz ich słabej zbieżności do jakiegoś rozwiązania wyjściowego zadania w odpowiednich przestrzeniach.