

dr Marcin Skrzyński  
 Instytut Matematyki Politechniki Krakowskiej  
 mgr inż. Mateusz Matan

## O podstawach matematycznych i zastosowaniach oszczędnego próbkowania

Niech  $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  będą liczbami spełniającymi warunek  $m \ll n$  i niech  $A$  będzie macierzą rzeczywistą o  $m$  wierszach i  $n$  kolumnach. Matematyczny problem oszczędnego próbkowania (*Compressed Sensing*) można – zasadniczo – sformułować w następujący sposób.

Znaleźć wektor  $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$  mając dany wektor  $y = Ax$  i wiedząc, że  $x$  jest wektorem rzadkim, czyli że  $\|x\|_0 := \#\{i \in \{1, \dots, n\} : x_i \neq 0\} \ll n$ .

Istnieje wiele różnych podejść do powyższego zagadnienia. Najpopularniejsze spośród nich sprowadza się do tego, że przy pewnych założeniach o macierzy pomiaru  $A$  i rzadkości wektora  $x$  wektor ten jest jedynym rozwiązaniem zagadnienia optymalizacyjnego

$$\begin{cases} \min \|z\|_1, \\ y = Az, \end{cases}$$

gdzie  $z = [z_1, \dots, z_n]^T \in \mathbb{R}^n$  oraz  $\|z\|_1 = \sum_{i=1}^n |z_i|$ .

Teoria oszczędnego próbkowania rozwija się intensywnie od 2006 roku [1, 2], stymulowana przez inne dziedziny matematyki. Intensywne prace nad tą teorią pozwoliły nie tylko na jej zastosowanie w informatyce i technice do rozwiązywania już istniejących problemów (np. rozpoznawanie twarzy, tomografia komputerowa), ale również na stworzenie zupełnie nowych koncepcji i rozwiązań (radaru, sonaru, aparatu fotograficznego z jednopikselową matrycą).

W referacie zostaną omówione podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii oszczędnego próbkowania. Zostaną również zestawione – pod kątem wydajności i szybkości działania – algorytmy realizujące proces akwizycji i rekonstrukcji sygnałów przy użyciu metod oszczędnego próbkowania. Ponadto przedstawionych zostanie kilka przykładów zastosowań.

### Bibliografia

- [1] E. Candès, J. Romberg, T. Tao, *Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information*, IEEE Trans. Inf. Theory 52 (2006), 489–509.
- [2] D. L. Donoho, *Compressed sensing*, IEEE Trans. Inf. Theory 52 (2006), 1289–1306.
- [3] G. Kutyniok, *Compressed Sensing: Theory and Applications*, arXiv:1203.3815v1.
- [4] M. Matan, *Metody rekonstrukcji danych z małej ilości pomiarów sygnału rzadkiego*, praca magisterska, Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki Stosowanej Politechniki Krakowskiej, 2010.