dr Paweł Woźny
Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego
E-mail: `Pawel.Wozny@ii.uni.wroc.pl`

Bazy dualne: konstrukcja i zastosowania

Niech dane będą liniowo niezależne funkcje $b_0, b_1, \ldots, b_n$. Rozważmy przestrzeń $\mathcal{B}_n := \mathrm{lin}\{b_0, b_1, \ldots, b_n\}$ z iloczynem skalarnym $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathcal{B}_n \times \mathcal{B}_n \to \mathbb{C}$. Mówimy, że funkcje $d_0, d_1, \ldots, d_n$ tworzą bazę dualną (są funkcjami dualnymi) przestrzeni $\mathcal{B}_n$ względem iloczynu skalarnego $\langle \cdot, \cdot \rangle$, jeśli

1. $\mathrm{lin}\{d_0, d_1, \ldots, d_n\} = \mathcal{B}_n$,
2. $\langle b_i, d_j \rangle = \delta_{ij}$ $(0 \le i, j \le n)$,

gdzie $\delta_{ij} = 0$ dla $i \neq j$, a $\delta_{ii} = 1$. W [2] podano metodę konstrukcji bazy dualnej przy założeniu, że dana jest jawnie baza ortogonalna przestrzeni $\mathcal{B}_n$ względem $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Podejście to zastosowano m.in. do konstrukcji dualnych wielomianów Bernsteina z ograniczeniami (zobacz [3]). Inne wyniki dotyczące baz dualnych można znaleźć np. w [1].

Głównym celem komunikatu jest przedstawienie prostego algorytmu rekurencyjnego konstruowania bazy dualnej, który nie wymaga znajomości bazy ortogonalnej. Podane zostaną także zastosowania funkcji dualnych w pewnych problemach aproksymacyjnych związanych z grafiką komputerową.

Literatura

[1] R. N. Goldman, *Dual polynomial bases*, J. Approx. Theory 79 (1994), 311–346.
[2] S. Lewanowicz, P. Woźny, *Dual generalized Bernstein basis*, J. Approx. Theory 138 (2006), 129–150.
[3] P. Woźny, S. Lewanowicz, *Multi-degree reduction of Bézier curves with constraints, using dual Bernstein basis polynomials*, Comput. Aided Geom. Design 26 (2009), 566–579.

Badania finansowane przez Narodowe Centrum Nauki w ramach grantu nr OPUS 2011/01/B/ST1/01221.