

mgr Sylwia Barnaś
 Politechnika Krakowska, Instytut Matematyki

Istnienie rozwiązań dla pewnej nierówności hemiwariacyjnej z $p(x)$ -laplasjanem

Teorię nierówności hemiwariacyjnych zapoczątkował w 1981 roku P. D. Panagiotopoulos w celu opisanego zjawisk fizycznych występujących m.in. w mechanice czy inżynierii. Dzięki zastosowaniu pojęcia subrózniczki Clarke'a dla funkcji spełniającej warunek Lipschitza możliwe stało się badanie niewypukłych i niegładkich funkcjonałów energii, które pozwoliły na rozważanie niemonotonicznych i wielowartościowych praw rządzących zjawiskami fizycznymi.

Będziemy rozważać nieliniową inkluzję różniczkową z $p(x)$ -laplasjanem postaci

$$\begin{cases} -\Delta_{p(x)}u - \lambda|u(x)|^{p(x)-2}u(x) \in \partial j(x, u(x)) & \text{p.w. w } \Omega, \\ u = 0 & \text{na } \partial\Omega. \end{cases}$$

gdzie $\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$ jest otwartym i ograniczonym zbiorem z brzegiem $\partial\Omega$, zaś $p : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}$ jest funkcją ciągłą taką, że $p(x) > 1$ dla każdego $x \in \Omega$. Przez $\partial j(x, t)$ oznaczamy subrózniczkę w sensie Clarke'a funkcjonału $j(x, t)$, który spełnia warunek Lipschitza ze względu na drugą zmienną. W zagadnieniu brzegowym tego typu dodatkowo pojawia się parametr λ .

W pracach, które pojawiły się do tej pory, rozważano zagadnienie (1) przy założeniu, że λ przyjmuje wartości ujemne. Również są dostępne prace, w których λ może przyjmować wartość dodatnią, ale przy założeniu znacznych ograniczeń na wykładnik $p(x)$ takich, jak $\sqrt{2}p^- > N$, gdzie $p^- := \inf_{x \in \Omega} p(x)$. Celem niniejszej pracy będzie uogólnienie warunków, przy których nieliniowa inkluzja różniczkowa z $p(x)$ -laplasjanem postaci (1) będzie posiadać rozwiązanie przy założeniu zmienności znaku wagi λ z pominięciem wszystkich wspomnianych ograniczeń. Podejście, które zastosujemy, będzie oparte na teorii punktów krytycznych dla funkcji spełniających lokalnie warunek Lipschitza.

Nieliniowe inkluzje różniczkowe mają liczne zastosowania. Mają one swoją interpretację przy modelach przedstawiających zmianę konsystencji cieczy pod wpływem przepływu pola elektrycznego. Są to tzw. ciecze elektoreologiczne i mają one swoje zastosowanie między innymi w medycynie, są wykorzystywane w urządzeniach tłumiących drgania czy w amortyzatorach. Ponadto możemy znaleźć zastosowania nierówności hemiwariacyjnych w modelach związanych z przetwarzaniem obrazów.

Bibliografia

- [1] S. Barnaś, *Existence result for hemivariational inequality involving $p(x)$ -Laplacian*, *Opuscula Mathematica* 32 (2012), 439–454.
- [2] S. Barnaś, *Existence result for differential inclusion with $p(x)$ -Laplacian*, *Schedae Informaticae* 21 (2012), 41–55.