mgr Przemysław Gospodarczyk
Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego
E-mail: pgo@ii.uni.wroc.pl

Obniżanie stopnia krzywych Béziera z ograniczeniem obszaru zmienności punktów kontrolnych

W komunikacie przedstawimy i umotywujemy nowe podejście do problemu *obniżania stopnia krzywych Béziera* (zob. np. [1] i prace tam cytowane) polegające na ograniczeniu obszaru zmienności punktów kontrolnych szukanej krzywej Béziera.

Dokładniej, rozważać będziemy następujące zadanie. Niech dana będzie krzywa Béziera P_n stopnia $n \in \mathbb{N}$,

$$P_n(t) := \sum_{k=0}^{n} p_k B_k^n(t) \qquad \big(p_k \in \mathbb{R}^2;\ 0 \le t \le 1\big),$$

gdzie B_k^n jest k-tym wielomianem Bernsteina stopnia n,

$$B_k^n(t) := \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n).$$

Chodzi o wyznaczenie punktów kontrolnych $q_0, q_1, \ldots, q_m \in \mathbb{R}^2$ krzywej Béziera Q_m niższego stopnia m gwarantujących spełnienie następujących warunków:

1. wartość wyrażenia $\sqrt{\sum_{k=0}^{N} \|P_n(t_k) - Q_m(t_k)\|^2}$ jest możliwie najmniejsza;
2. zachowane są *warunki ciągłości* w końcach przedziału parametryzacji:
$$\begin{aligned} Q_m^{(i)}(0) &= P_n^{(i)}(0) \quad (i = 0, 1, \ldots, k-1),\\ Q_m^{(j)}(1) &= P_n^{(j)}(1) \quad (j = 0, 1, \ldots, l-1);\end{aligned}$$
3. punkty kontrolne $q_k, q_{k+1}, \ldots, q_{m-l}$ znajdują się w zadanych obszarach prostokątnych,

gdzie $0 \le t_0 < t_1 < \ldots < t_N \le 1$, $\|\cdot\|$ oznacza normę euklidesową, natomiast $k + l \le m$.

Zaproponujemy i porównamy dwie metody rozwiązywania postawionego problemu oparte na *programowaniu kwadratowym* i *strategii zbioru ograniczeń aktywnych*. Zaznaczmy, że w wypadku tradycyjnie formułowanego zadania obniżania stopnia krzywych Béziera (warunki 1.–2.) punkty kontrolne krzywej obniżonego stopnia mogą znajdować się daleko od wykresu krzywej, a ich współrzędne są często dużymi liczbami. Wprowadzenie ograniczeń 3. skutkuje bardziej intuicyjnym rozmieszczeniem punktów kontrolnych szukanej krzywej i sprawia, że nadaje się ona do dalszej edycji, co czyni opracowane algorytmy bardziej praktycznymi.

Bibliografia

[1] P. Woźny, S. Lewanowicz, *Multi-degree reduction of Bézier curves with constraints, using dual Bernstein basis polynomials*, Computer Aided Geometric Design 26 (2009), 566–579.