dr inż. Wiesław Grygierzec
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie, Katedra Statystyki Matematycznej

O pewnym problemie sterowania dla stochastycznego równania dyfuzji w przestrzeni Hilberta z niewypukłym zbiorem sterowań

W trakcie referatu będziemy rozważali zagadnienie sterowania optymalnego dla stochastycznego równania dyfuzji postaci

$$\{\, dX(t) = -AX(t)dt + B(u(t), X(t))\, dW_Q(t), X(0) = h \in \mathbf{H}. \ (1)$$

W powyższym równaniu $\mathbf{H}$ jest ośrodkową przestrzenią Hilberta, $-A : D(A) \subset \mathbf{H} \to \mathbf{H}$ domkniętym, dodatnio określonym, samosprzężonym operatorem generującym C_0 półgrupę. B jest dwuliniowym operatorem różniczkowym rzędu pierwszego. W_Q jest nieskończeniewymiarowym procesem Wienera o kowariancji Q na przestrzeni $\mathbf{H}$, natomiast $u : \Omega \times [0, T] \to U$ jest sterowaniem adaptowanym do procesu Wienera, o wartościach w pewnej przestrzeni metrycznej U.

Zagadnienie sterowania optymalnego wiąże się z badaniem odpowiednich warunków dla problemu

$$\inf_u J(u), \tag{2}$$

gdzie funkcjonał kosztu określony jest wzorem

$$J(u(\cdot)) = E\Big\{ \int_0^T l(s, X(s), u(s)) + g(X(T)) \Big\}.$$

Przedstawimy propozycję zasady maximum w sensie Pontryagina jako warunku koniecznego. Ponieważ sterowanie pojawia się jako współczynnik przy dyfuzji oraz zbiór sterowań może być zbiorem niewypukłym, rozważając wariacje funkcjonału kosztu mamy dodatkowe trudności. Wiążą się one z uwzględnieniem rozwinięcia Taylora funkcjonału kosztu drugiego rzędu oraz badaniem procesów sprzężonych jako tzw. Backward Stochastic Equations drugiego rzędu.