

Ryszard Rudnicki  
Instytut Matematyczny PAN, Katowice  
E-mail: rudnicki@us.edu.pl

## Procesy kawałkami deterministyczne w modelach biologicznych

Kawałkami deterministyczny proces Markowa (PDMP) to proces Markowa z czasem ciągłym  $X(t)$ , dla którego istnieje taki rosnący ciąg losowych momentów  $(t_n)$  zwanych skokami, że realizacje procesu  $X(t)$  są zdefiniowane w sposób deterministyczny w każdym przedziale  $(t_n, t_{n+1})$ . W pierwszej części wykładu przedstawimy kilka przykładów zastosowań PDMP w modelach biologicznych, pokazujących jak różnorodne są to obiekty matematycznie. Wspomniane przykłady to procesy urodzin i śmierci, wzrostu komórek, ekspresji genów, aktywności neuronów, strukturalne modele populacyjne oraz procesy koagulacji i fragmentacji. Dokładniej omówimy jeden z modeli ekspresji genów. Model ten prowadzi do badania półgrupy stochastycznej, a więc półgrupy dodatnich operatorów liniowych na przestrzeni  $L^1(X)$  i zachowujących całkę. Podamy twierdzenie o asymptotycznej stabilności rozpatrywanej półgrupy. Dowód tego twierdzenia przebiega według następującego schematu. Najpierw pokazujemy, że funkcja przejścia naszego procesu ma część całkową. Następnie znajdujemy zbiór  $E$ , który jest stochastycznym atraktorem i każde dwa stany komunikują się. Możemy wtedy zastosować rezultaty dotyczące zachowania asymptotycznego półgrup częściowo-całkowych. Spełniona jest alternatywa Foguela, tzn. półgrupa jest albo asymptotycznie stabilna, albo wymiatająca ze zbiorów zwartych, a ponieważ atraktor  $E$  jest zbiorem zwartym, ostatecznie uzyskujemy asymptotyczną stabilność. Pierwsza część wykładu bazuje na przygotowywanej monografii [1], zaś druga na pracy [2].

### Bibliografia

- [1] R. Rudnicki, M. Tyran-Kamińska, *Piecewise Deterministic Processes in Biological Models*, Springer.
- [2] A. Bobrowski, T. Lipniacki, K. Pichór, R. Rudnicki, *Asymptotic behavior of distributions of mRNA and protein levels in a model of stochastic gene expression*, J. Math. Anal. Appl. 333 (2007), 753–769.