Maciej Sablik
Instytut Matematyki Iniwersytetu Śląskiego

Twierdzenie Fubiniego w zastosowaniach matematyki

Problem zgodnej agregacji jest znany od dawna w ekonometrii. Pokażemy, że jest to w istocie zagadnienie odpowiadające twierdzeniu Fubiniego, a pytanie o sposoby agregacji to pytanie o twierdzenie odwrotne do tego słynnego twierdzenia. W równaniach funkcyjnych mówi się o uogólnionej bisymetrii, gdy w grę wchodzi zgodna agregacja skończonej liczby danych. Zagadnienie to ma bogatą literaturę i wciąż pojawiają się nowe rezultaty mówiące o postaci funkcjonałów bisymetrycznych. Wykorzystujemy te rezultaty do dowodu naszego głównego twierdzenia.

Twierdzenie. *Niech* $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ *będzie przestrzenią z miarą skończoną* μ. *Wówczas* $M : L^1(\Omega, \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ *jest refleksywna,* μ*-ściśle rosnąca, ciągła i spełnia*

$$M(M_{[s]}(x)) = M(M_{[t]}(x))$$

dla każdej funkcji $x \in \mathcal{M}_{fin} \times \mathcal{M}_{fin}$, *wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje ściśle rosnąca i ciągła funkcja* $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *oraz miara prawdopodobieństwa* $P : \mathcal{A} \to [0, 1]$ *równoważna* μ, *że*

$$M(y) = \varphi^{-1}\left(\int_\Omega (\varphi \circ y) dP\right)$$

dla każdej funkcji $y \in L^1(\Omega, \mathbb{R})$.