

prof. dr hab. Igor Jaworski

dr Igor Isajew

dr inż. Zbigniew Zakrzewski

inż. Igor Krawiec

Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy, Instytut Telekomunikacji

Instytut Fizyczno-Mechaniczny NAN Ukrainy, Lwów

Widmowa analiza nieparametryczna okresowo skorelowanych procesów losowych

Okresowo skorelowane procesy losowe (OSPL) są to procesy niestacjonarne, dlatego ich własności widmowe opisuje się dwuczęstotliwościową gęstością widmową $f(\omega_1, \omega_2)$. Jednak dla tej klasy procesów dwuczęstotliwościowa gęstość widmowa jest różna od zera tylko na prostych $\omega_2 = \omega_1 - k\frac{2\pi}{T}$, $k \in \mathbb{Z}$, a mianowicie

$$f(\omega_1, \omega_2) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} f_k(\omega_1) \delta\left(\omega_2 - \omega_1 k \frac{2\pi}{T}\right),$$

gdzie T — tak zwany okres skorelowania. Z tego powodu przy analizie widmowej OSPL nie określamy zależności funkcji $f(\omega_1, \omega_2)$ od obu argumentów. Taka analiza może być sprowadzona do estymacji komponentów widmowych $f_k(\omega)$ lub chwilowej gęstości widmowej, które stanowią współczynniki Fouriera.

Podczas konstruowania statystyk chwilowej gęstości widmowej będziemy posługiwać się równaniem, które określa tę wielkość i gęstość widmową $f(\omega, t)$, a która jest powiązana z funkcją autokorelacji $b(t, u) = E\dot{\xi}(t)\dot{\xi}(t+u)$, $\xi(t) = \xi(t) - m(t)$, $m(t) = E\xi(t)$ — wartość oczekiwana, za pomocą przekształcenia Fouriera. Na podstawie tego wzoru utworzymy statystykę

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-u_m}^{u_m} \hat{b}(t, u) k(u) e^{-i\omega u} du, \quad (1)$$

gdzie $k(u)$ — funkcja bramki, przy tym $k(-u) = k(u)$ i $k(u) = 0$ przy $|u| > u_m$, u_m — punkt obciążenia korelogramu. Estymatory funkcji autokorelacji określone są na podstawie koherentnej lub komponentnej metody. Funkcja bramki stosowana jest w celu zabezpieczenia zgodności estymatora. Estymatory komponentów widmowych skonstruowano w następujący sposób:

$$\hat{f}_k(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-u_m}^{u_m} \hat{B}_k(u) k(u) e^{i\omega u} du, \quad (2)$$

gdzie $\hat{B}_k(u)$ — estymatory komponentów korelacyjnych. W statystyce procesów stacjonarnych do podobnych metod można zaliczyć metodę J. Tuckeya.

Wariancje estymatorów (1) i (2) dla danej długości odcinka realizacji θ maleją przy zmniejszaniu szerokości funkcji bramki. Takie właściwości mają także składowe fluktuacyjne obciążenia estymatorów. Jednakże niezależne od długości odcinka realizacji składowe obciążenia, określające rozdzielczość estymatora charakterystyk widmowych, można zmniejszyć poprzez zwiększenie u_m . Występowanie różnych możliwości komplikuje wybór parametrów θ i u_m . Wybór ten powinien być dokonany z uwzględnieniem konkretnego celu analizy widmowej i określonych na tej podstawie kryteriów jakości estymacji.

Naturalną drogą konstruowania estymatorów dyskretnych jest zastąpienie całek odpowiednimi sumami całkowymi.