

Proces obsługi w systemie kolejkowym typu $GI/G/1$ z grupowym wpływem zgłoszeń

W pracy rozważa się jednokanałowy system obsługi typu $GI/G/1$ z grupowym wpływem zgłoszeń, indywidualną ich obsługą oraz nieograniczoną kolejką. Przez proces obsługi rozumieć będziemy proces stochastyczny $h(t)$, który w ustalonej chwili t jest zmienną losową równą liczbie zgłoszeń obsłużonych na przedziale czasowym $[0, t)$.

Na okresie zajętości systemu dla charakterystyki $h(t)$ przy dwóch różnych warunkach początkowych pracy systemu, wykorzystując twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym, zapisano układ równań całkowych na półosi $[0, \infty)$.

Układ ten sprowadzono do postaci, która badana była w [1] przy użyciu uogólnionej metody, której pierwowzór zawiera [4] (inne zastosowania zob. [2] i [3]). Poprzez rozwiązanie układu uzyskano ogólne wyniki dla procesu obsługi w stanie przejściowym systemu, które zapisano w terminologii transformat Laplace'a-Stieltjesa dystrybuant F_1 i F_2 , charakteryzujących odpowiednio czas pomiędzy kolejnymi wpływami i czas obsługi pojedynczego zgłoszenia, a także za pomocą czynników $f_+(\cdot)$ i $f_-(\cdot)$ faktoryzacji kanonicznej

$$1 - p(\theta f_2(\lambda - s)) = f_+(\theta, \lambda, s) f_-(\theta, \lambda, s), \quad |\theta| \leq 1, 0 \leq \operatorname{Re} s \leq \lambda$$

związanej z transformatami f_1, f_2 dystrybuant F_1 i F_2 oraz z funkcją tworzącą $p(\theta)$ ciągu $\{p_k\}$ reprezentującego liczbę zgłoszeń w kolejnych nadchodzących grupach.

Uzyskane wyniki sformułowane zostały zasadniczo dla systemu, w którym w momencie otwarcia już znajdują się zgłoszenia. Niektóre rezultaty podano dla systemu „standardowego”, który przed uruchomieniem nie zawiera zgłoszeń, a rozpoczyna pracę w momencie wpływu pierwszej grupy zgłoszeń.

W szczególności uzyskano dokładną reprezentację dla wyrażenia

$$\sum_{m=0}^{\infty} \theta^m \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \mathbf{P}\{h(t) = m\} dt.$$

Literatura

- [1] M. S. Bratychuk, W. Kempa, *Application of the superposition of renewal processes to the study of batch arrival queues*, Queueing Systems 44 (2003), 51–67.
- [2] M. S. Bratychuk, W. Kempa, *Explicit formulae for queue length of batch arrival systems*, Stochastic Models 20 (2004), 457–472.
- [3] W. Kempa, *The virtual waiting time for the batch arrival queueing systems*, Stochastic Analysis and Applications 22 (2004), 1235–1255.
- [4] V. S. Korolyuk, B. Pirliev, *Random walk on the half-axis on the superposition of two renewal processes*, Ukrainian Mathematical Journal 36 (1984), 433–436.