mgr inż. Bartłomiej Jacek Kubica
Politechnika Warszawska, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej
prof. dr hab. Krzysztof Malinowski
Politechnika Warszawska, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej
Naukowa i Akademicka Sieć Komputerowa (NASK)
E-mail: `bkubica@elka.pw.edu.pl, K.Malinowski@ia.pw.edu.pl`

Przedziałowe przybliżenia zmiennych losowych i ich zastosowania

Tradycyjne, „twarde" metody probabilistyczne napotykają niekiedy na pewne trudności: zarówno teoretyczne (trudność określenia postaci rozkładu prawdopodobieństwa, trudność jego parametryzacji itd.), jak i obliczeniowe (odwracanie dystrybuanty, całkowanie gęstości prawdopodobieństwa itd.). Szczególną trudność obliczeniową może stanowić używanie transformaty Laplace'a lub Fouriera funkcji gęstości prawdopodobieństwa w przypadku takiej postaci tej funkcji, dla której transformaty nie da się policzyć analitycznie. Przykłady to rozkład Parety, Weibulla i lognormalny, pojawiające się np. w opisie ruchu w Internecie, teorii niezawodności czy finansach.

Jednym ze sposobów rozwiązania – przynajmniej częściowego – obu problemów jest pojęcie przedziałowej zmiennej losowej ([2], [3]). Jest to odpowiednik rzeczywistoliczbowej zmiennej losowej, przyjmujący jednak wartości ze zbioru $^*\mathbb{IR}$ przedziałów o krańcach rzeczywistych (także $\pm\infty$), a nie ze zbioru $\mathbb{R}$. Zakładamy, że zbiór wartości naszej zmiennej losowej $\boldsymbol{X}$ (oznaczany $\mathbb{I}_{\boldsymbol{X}}$) jest skończony. Dla każdego $\boldsymbol{x}_i \in \mathbb{I}_{\boldsymbol{X}}$ prawdopodobieństwo p_i, że zmienna przyjmie tę wartość, dane jest wzorem: $p_i = P_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x}_i) = P\Big(\{\omega : \boldsymbol{X}(\omega) = \boldsymbol{x}_i\}\Big)$.

Pojęcie *przedziałowej dyskretyzacji zmiennej losowej* pozwala nam na przybliżenie rzeczywistoliczbowej zmiennej losowej X (o gęstości $f_X(\cdot)$ i dystrybuancie $F_X(\cdot)$) przez przedziałową zmienną losową $\boldsymbol{X}$, o dystrybuancie $\mathsf{F}_{\boldsymbol{X}}(\cdot)$, będącej funkcją inkluzji $F_X(\cdot)$. Można powiedzieć, iż taka przedziałowa dyskretyzacja to pełna informacja, jaka może zostać odczytana na podstawie histogramu zmiennej losowej ([1]). Przedziałowa dyskr. zm. los. rzeczywistej to jednakże nie jedyna sytuacja, kiedy może pojawić się przedziałowa zm. los. – tak jest również wówczas, gdy występują dwa nakładające się rodzaje niepewności: przynależnościowa i probabilistyczna.

Wartość oczekiwana przedziałowej zmiennej losowej: $\mathbb{E}\boldsymbol{X} = \sum_{\boldsymbol{x}_i \in \mathbb{I}_{\boldsymbol{X}}} \boldsymbol{x}_i \cdot p_i$.

Przedziałowe inkluzje $\mathcal{L}$–transformaty i $\mathcal{F}$–transformaty:

$$\mathcal{L}\{\mathsf{f}_{\boldsymbol{X}}\}(\boldsymbol{s}) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot e^{-\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{x}_i} \ , \quad \mathcal{F}\{\mathsf{f}_{\boldsymbol{X}}\}(\boldsymbol{\omega}) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot e^{-i\cdot\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{x}_i} \ .$$

Podczas Konferencji zaprezentowane zostaną szczegóły oraz zastosowania opisanej teorii m.in. do szacowania nieznanych parametrów oraz obliczeń związanych z systemami kolejkowymi.

Literatura

[1] D. Berleant, *Automatically Verified Arithmetic on Probability Distributions and Intervals*, Applications of Interval Computations (red. R. B. Kearfott i V. Kreinovich), Applied Optimization, Kluwer, Dordrecht, 1996.

[2] B. J. Kubica, *Estimating Utility Functions of Network Users – An Algorithm Using Interval Computations*, Annals of University of Timisoara, Mathematics & Informatics Series, XL (2002), 121–134, dostępne w sieci na stronie `http://www.math.uvt.ro/anmath/issues/anuvt2002_3/kubica_synasc02.ps`.

[3] B. J. Kubica, *Optimization of Admission Control for Systems with Uncertain Parameters*, rozprawa doktorska, IAiIS, Politechnika Warszawska, 2005.