Stanisław Lewanowicz, Paweł Woźny
Instytut Informatyki
Uniwersytetu Wrocławskiego
E-mail: `Pawel.Wozny@ii.uni.wroc.pl`

Uogólnione krzywe Béziera

Uogólnione wielomiany Bernsteina definiujemy w następujący sposób:

$$B_i^n(x;\omega|\,q) := \frac{1}{(\omega;\,q)_n}\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}_q x^i\,(\omega x^{-1};\,q)_i\,(x;\,q)_{n-i} \qquad (i=0,1,\ldots,n),$$

gdzie $q \neq 1$, $\omega \neq 1, q^{-1}, \ldots, q^{1-n}$, a

$$(c;\,q)_k := \prod_{j=0}^{k-1}(1-c\,q^j), \qquad \begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}_q := \frac{(q;\,q)_n}{(q;\,q)_i\,(q;\,q)_{n-i}}.$$

Są one uogólnieniem klasycznych wielomianów Bernsteina, dyskretnych wielomianów Bernsteina (Sablonnière, 1992) oraz wielomianów q-Bernsteina (Phillips, 1997).

Natomiast *uogólniona krzywa Béziera* — będąca tzw. q-odpowiednikiem klasycznej krzywej Béziera — to krzywa parametryczna zadana wzorem

$$P_n^{\omega,q}(t) = \sum_{i=0}^{n} W_i\,B_i^n(u;\omega|\,q) \qquad (u := \omega + (1-\omega)t;\ 0 \le t \le 1),$$

gdzie $W_i \in \mathbb{R}^d$ $(d \in \{1,2,3\};\ i=0,1,\ldots,n)$ są danymi punktami.

Zostaną podane podstawowe własności uogólnionych wielomianów Bernsteina i uogólnionej krzywej Béziera — ze szczególnym uwzględnieniem ich zastosowania w teorii aproksymacji i grafice komputerowej.

Zostanie przedstawiony *uogólniony algorytm de Casteljau* wyznaczania punktu na uogólnionej krzywej Béziera o złożoności $\mathcal{O}(n^2)$, jak również szybki algorytm wyznaczania N punktów na wspomnianej krzywej o złożoności $\mathcal{O}(n^2+Nnd)$ wykorzystujący znajomość współczynników koneksji pomiędzy uogólnionymi wielomianami Bernsteina a dużymi bazowymi wielomianami Jacobiego.

Literatura

[1] S. Lewanowicz, P. Woźny, *Generalized Bernstein polynomials*, BIT Numerical Mathematics 44 (2004), 63–78.

[2] I. Area, E. Godoy, P. Woźny, S. Lewanowicz, A. Ronveaux, *Formulae relating little q-Jacobi, q-Hahn and q-Bernstein polynomials: Application to the q-Bézier curve evaluation*, Integral Transforms and Special Functions 15 (2004), 375–385.