

dr inż. Jerzy Respondek
Politechnika Śląska

Synteza oraz optymalizacja algorytmów odwracania uogólnionych macierzy Vandermonde'a

W artykule przedstawiono efektywny algorytmów odwracania uogólnionych macierzy Vandermonde'a. Dotychczas w literaturze znane były metody analityczne wyznaczania takowych odwrotności, jednak były one podane w uwikłanej postaci analitycznej, dalekiej od optymalności i niewygodnej w użyciu z punktu widzenia zastosowań.

W niniejszym artykule w pierwszym przeprowadzono optymalizację znanych z literatury metod obliczania szukanej odwrotności, a następnie uzyskany wynik analityczny przekształcono do postaci dogodnej dla jego obliczania przy użyciu metod komputerowych. Na koniec przedstawiono finalny, efektywny i stosunkowo łatwy w implementacji w językach zorientowanych obiektowo algorytm obliczania szukanej odwrotności uogólnionej macierzy Vandermonde'a.

Same macierze Vandermonde'a, zarówno w postaci klasycznej jak i uogólnionej, pojawiają się w analizie liniowych równań różniczkowych dowolnego rzędu. Mianowicie takie równanie różniczkowe można sprowadzić do odpowiadającej postaci macierzowego równania różniczkowego pierwszego rzędu, gdzie macierzą równania jest tzw. macierz Frobeniusa. W wielu zastosowaniach potrzebna jest jej postać kanoniczna Jordana — dla macierzy Frobeniusa ma ona właśnie postać macierzy Vandermonde'a:

- W przypadku gdy wszystkie wartości własne macierzy Frobeniusa są pojedyncze, uzyskujemy dobrze znaną, klasyczną macierz Vandermonde'a.
- Jednak dokładniejsza analiza wymaga uwzględnienia przypadku ogólniejszego, z uwzględnieniem dowolnej liczby wartości własnych macierzy Frobeniusa o dowolnych krotnościach. Prowadzi to do rozważanej w niniejszym artykule uogólnionej macierzy Vandermonde'a.

Rezultaty niniejszego artykułu są możliwe do zastosowania nie tylko przez algebraików i numeryków, ale także przez specjalistów innych dziedzin nauki i techniki.