

Tadeusz Rzeżuchowski, dr hab., prof. nz.
Wydział MiNI Politechniki Warszawskiej

Własności inkluzji różniczkowych z warunkiem Lipschitza

Warunek Lipschitza zapewnia dla równań różniczkowych zwyczajnych istnienie, jednoznaczność rozwiązania zagadnień początkowych, a także ciągłą zależność od warunków początkowych, parametrów. Jest on co najmniej tak samo przydatny dla inkluzji różniczkowych

$$\dot{x} \in F(t, x), \quad x(t_0) = x_0,$$

gdzie $F(t, x)$ są ograniczonymi i domkniętymi podzbiorami przestrzeni Banacha. Oprócz istnienia rozwiązań zapewnia ciągłą zależność zbioru rozwiązań od warunków początkowych, parametrów, ale ma też głębsze konsekwencje. Na przykład pozwala określić własności zbiorów półprzepuszczalnych, ważnych w teorii sterowania optymalnego i gier różniczkowych, czy też udowodnić tak zwane twierdzenie relaksacyjne. Podstawowym narzędziem jest twierdzenie Filippowa o istnieniu i oszacowaniu rozwiązań.

Dzięki warunkowi Lipschitza można wykazać istnienie selekcji zbiorów rozwiązań ciągłych względem warunku początkowego. Tego typu własności znalazły uogólnienie w postaci twierdzenia o tym, że zbiory pochodnych rozwiązań zagadnienia początkowego są absolutnymi retraktami przestrzeni funkcji całkwalnych. Ostatnio uzyskany został nowy wynik dotyczący punktowego oszacowania tej retrakcji.

Bibliografia

- [1] J.-P. Aubin, A. Cellina, *Differential Inclusions*, Springer, 1984.
- [2] P. Cardaliaguet, *On the regularity of semipermeable surfaces in control theory with application to the optimal exit-time problem*, Part I, Part II, SIAM Control 35 (1997), 1638–1652, 1653–1671.
- [3] R. M. Colombo, A. Fryszkowski, T. Rzeżuchowski, V. Staicu, *Continuous selection of solution sets of Lipschitzean differential inclusions*, Funkcial. Ekvac. 34 (1991), 321–330.
- [4] A. Fryszkowski, *Fixed Point Theory for Decomposable Sets*, Kluwer Acad. Publishers, 2004.
- [5] A. Fryszkowski, T. Rzeżuchowski, *Pointwise estimates for retractions on the solution set to Lipschitz differential inclusions*, Proc. Amer. Math. Soc., przyjęte do druku.