mgr Ewelina Seroka
prof. dr hab. Lesław Socha
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie

O stabilizowalności liniowych stochastycznych układów hybrydowych

Układy hybrydowe są jedną z szeroko badanych klas modeli układów dynamicznych w teorii sterowania i wykorzystywanych w wielu różnych dziedzinach wiedzy, takich jak ekonomia, biologia, technika. Zaliczają się do nich również układy przełączające, których zaletą jest możliwość ich wykorzystania do stabilizacji układów asymptotycznie niestabilnych. W referacie będzie analizowany problem stabilizowalności układów hybrydowych, złożonych z pewnej klasy liniowych podukładów, za pomocą przełączającego sygnału sterującego.

Rozważane przez nas problemy można podzielić na dwie zasadnicze klasy.

A. Znalezienie warunków gwarantujących asymptotyczną średniokwadratową stabilność układu hybrydowego dla dowolnego przełączania.

Sformułujemy warunki, które muszą być spełnione przez każdą ze struktur układu, by zapewnić stabilność układu hybrydowego dla dowolnego przełączania. W tym przypadku problem stabilizowalności polega na sprowadzeniu każdego podukładu do postaci, która gwarantuje stabilność układu przy dowolnym przełączaniu.

Rozważymy problem stabilizowalności układu hybrydowego złożonego z liniowych podstruktur

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{x}(t) &= [\boldsymbol{A}(r(t))\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{C}(r(t))\boldsymbol{u}(r(t))]\,dt \\ &\qquad + \sum_{k=1}^{m}[\boldsymbol{B_k}(r(t))\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D_k}(r(t))\boldsymbol{u}(r(t))]\,dw_k(t), \qquad (1) \\ \boldsymbol{x}(t_0) &= \boldsymbol{x}_0, \quad r(t_0) = r_0. \end{aligned}$$

gdzie $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ jest wektorem stanu, $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^l$ jest sygnałem sterującym $t \in [t_0, \infty)$, $t_0 \geq 0$, $\boldsymbol{A}(\cdot), \boldsymbol{B_k}(\cdot) : \mathbb{S} \to \mathbb{R}^{n\times n}$, $\boldsymbol{C}(\cdot), \boldsymbol{D_k}(\cdot) : \mathbb{S} \to \mathbb{R}^{n\times l}$, $k = 1, \ldots, m$, $\mathbb{S} = \{1, \ldots, N\}$, procesy $w_k(t)$ są standardowymi procesami Wienera niezależnymi od warunku początkowego $\boldsymbol{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, proces $r(t) : [t_0, \infty) \to \mathbb{S}$ jest sygnałem przełączającym, $r_0 \in \mathbb{S}$.

Szukamy sterowania przełączającego w postaci $\boldsymbol{u}(r(t), x(t)) : \mathbb{S} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^l$, które asymptotycznie stabilizuje układ (1) w sensie średniokwadratowym.

B. Skonstruowanie sygnału przełączającego $r(t)$, który powoduje, że układ hybrydowy jest asymptotycznie stabilny w sensie średniokwadratowym.

Wiemy, że układ hybrydowy składający się tylko z podukładów stabilnych może być niestabilny ze specjalnie wybranym przełączaniem. Skoro więc istnieją sygnały przełączające, które potrafią zdestabilizować układ, naturalne jest pytanie o istnienie sygnałów przełączających, które stabilizują układy hybrydowe. Pod terminem sterowania przełączającego kryje się również termin konstrukcji stabilizujących sygnałów przełączających. W tym przypadku sygnał przełączający jest zarazem sygnałem sterującym. Znajdziemy warunki wystarczające dla istnienia sygnału przełączającego, który asymptotycznie stabilizuje układ hybrydowy w sensie średniokwadratowym.

Rozważymy układ hybrydowy opisany wektorowymi równaniami różniczkowymi Itô w każdej strukturze

$$d\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}(r(t))\boldsymbol{x}(t)dt + \sum_{k=1}^{m} \boldsymbol{B_k}(r(t))\boldsymbol{x}(t)dw_k(t), \quad \boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0,\ r(0) = r_0, \tag{2}$$

gdzie $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ jest wektorem stanu, $t \in [t_0, \infty)$, $t_0 \geq 0$, $\boldsymbol{A}(\cdot), \boldsymbol{B_k}(\cdot) : \mathbb{S} \to \mathbb{R}^{n\times n}$, $k = 1, \ldots, m$, $\mathbb{S} = \{1, \ldots, N\}$, procesy $w_k(t)$ są standardowymi procesami Wienera niezależnymi od warunku początkowego $\boldsymbol{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, proces $r(t) : [t_0, \infty) \to \mathbb{S}$ jest sygnałem przełączającym, $r_0 \in \mathbb{S}$.

Szukamy sterowania przełączającego w postaci $u(t) \equiv r(t)$.

W obu przypadkach podamy warunki wystarczające dla stabilizowalności rozważanych klas układów hybrydowych oraz pokażemy pewne metody konstrukcji stabilizujących sygnałów przełączających.