prof. dr hab. Igor Jaworski, dr Igor Isajew
dr inż. Zbigniew Zakrzewski, mgr inż. Oleg Zabołotnyj
Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy, Instytut Telekomunikacji
Instytut Fizyczno-Mechaniczny NAN Ukrainy, Lwów

Analiza statystyczna prawie okresowo niestacjonarnych procesów losowych

Przy badaniu struktury zmienności polirytmicznej zjawisk fizycznych, na podstawie danych doświadczalnych, szeroko są stosowane metody analizy harmonicznej funkcji prawie okresowych oraz metody widmowej estymacji stacjonarnych procesów losowych. Przejście do niestacjonarnych modeli probabilistycznych, w postaci prawie okresowych niestacjonarnych procesów losowych (PONPL), umożliwia wyłonienie oraz opisanie wcześniej niedostrzeganych regularności zdeterminowanej i stochastycznej zmienności polirytmicznych, które koniecznie powinny być uwzględnione przy konstruowaniu fizycznych modeli zjawisk, ich prognozowaniu, diagnostyce itp.

Probabilistyczny model polirytmiki w postaci PONPL

$$\xi(t) = \sum_{l \in BbbZ} \xi_l(t) e^{i\omega_l t},$$

gdzie $\xi_l(t)$ — łącznie stacjonarne procesy, odzwierciedlające również nakładane powtarzalności stochastyczne o różnych okresach, jak też ich modulację. Struktura współpracy różnych rytmów jest opisana analitycznie za pomocą wartości oczekiwanej, funkcji autokowariancji oraz współczynników rozwinięcia tych charakterystyk w odpowiedni szereg Fouriera.

Jednym z ważniejszych problemów przy takim podejściu jest opracowanie metod efektywnego rozdzielania rytmów o bliskich okresach. Metody statystycznej analizy procesów polirytmicznych — koherentna i komponentna — prowadzą do wyraźnych błędów, powodowanych przenikaniem mocy do listków bocznych. Jak wykazano w pracy, trudności w selekcjonowaniu rytmów mogą być pokonane przy stosowaniu metody najmniejszych kwadratów (MNK).

W MNK estymatory współczynników Fouriera określa się za pomocą minimalizacji funkcjonałów

$$F_1(\widehat{m}_0, \widehat{m}_1^c, \ldots, \widehat{m}_{N_1}^c, \widehat{m}_1^s, \ldots, \widehat{m}_{N_1}^s) = \int_0^\theta \left[\xi(t) - \left[\widehat{m}_0 + \sum_{k=1}^{N_1} (\widehat{m}_k^c \cos\omega_k t + \widehat{m}_k^s \sin\omega_k t)\right]\right]^2 dt,$$

$$F_2\big(\widehat{B}_0(u), \widehat{B}_1^c(u), \ldots, \widehat{B}_{N_2}^c(u), \widehat{B}_1^s(u), \ldots, \widehat{B}_{N_2}^s(u)\big) = \int_0^\theta \left[\overset{\circ}{\xi}(t) + \overset{\circ}{\xi}(t+u) - \left[\widehat{B}_0(u) + \sum_{k=1}^{N_2} \big(\widehat{B}_k^c(u)\cos\omega_k t + \widehat{B}_k^s(u)\sin\omega_k t\big)\right]\right]^2 dt,$$

$\overset{\circ}{\xi}(t) = \xi(t) - \widehat{m}(t)$. Estymatory amplitud składowych harmonicznych wartości oczekiwanej i funkcji autokowariancji są rozwiązaniami odpowiednich układów liniowych równań algebraicznych. Wykazano, że estymatory MNK są nieobciążone i zgodne. Dla okresowo niestacjonarnych procesów losowych są one zbieżne z klasą estymatorów komponentnych, jeśli $\theta = NT$, T — okres wartości oczekiwanej i funkcji autokowariancji.