

mgr Piotr Kaczyński
prof. dr hab. Lesław Socha
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
Szkoła Nauk Ścisłych

Zastosowanie procedur iteracyjnych w sterowaniu nieliniowymi układami stochastycznymi

W pracy rozważany jest problem sterowania quasi-optymalnego dynamicznymi układami nieliniowymi opisanymi stochastycznymi równaniami różniczkowymi Itô postaci

$$dx = [Ax + \Phi(x) + Bu] dt + Gd\xi \quad (1)$$

gdzie x, u są odpowiednio n -wymiarowym wektorem stanu oraz m -wymiarowym wektorem sterowania. Macierze $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ oraz $G \in \mathbb{R}^{n \times k}$ są niezależne od czasu, natomiast $\Phi(x)$ oznacza macierzową nieliniową funkcję zależną od wektora stanu procesu x . Proces ξ jest n -wymiarowym standardowym procesem Wienera. Do syntezy sterowania stosowane jest następujące kryterium określone dla stacjonarnych wartości procesów x oraz u na horyzoncie nieskończonym:

$$E[\bar{x}Q\bar{x} + \bar{u}R\bar{u}], \quad (2)$$

gdzie \bar{x} oraz \bar{u} oznaczają stacjonarne wartości procesów stanu oraz sterowania, natomiast $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ oraz $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ są niezależnymi od czasu dodatnio określonymi macierzami. Do wyznaczenia sterowania quasi-optymalnego wykorzystano ideę iteracyjnego stosowania metody statystycznej linearyzacji oraz rozwiązania problemu LQG dla układu zlinearyzowanego postaci

$$dx = [(A + A_e)x + Bu]dt + Gd\xi, \quad (3)$$

gdzie macierz $A_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$ jest macierzą współczynników linearyzacji.

W metodzie LQG zachodzi konieczność rozwiązywania algebraicznego macierzowego równania Riccatiego

$$(A + A_e)^T P + P(A + A_e) - PSP + Q = 0, \quad (4)$$

gdzie $S = BR^{-1}B^T$, natomiast P jest szukaną macierzą Riccatiego używaną do określenia sterowania. Konieczne jest również rozwiązywanie algebraicznego macierzowego równania Lapunowa postaci

$$(A + A_e - SP)V_L + V_L(A + A_e - SP) + GG^T = 0 \quad (5)$$

dla macierzy kowariancji V rozwiązań używanej do wyznaczania współczynników linearyzacji układu.

Główną część pracy obejmują rozważania dotyczące zbieżności przedstawionej procedury sterowania quasi-optymalnego. Oddzielnie rozważane są przypadki układów wektorowych i skalarnych ze względu na istotną różnicę w sposobie znajdowania rozwiązań równań Riccatiego i Lapunowa. Dla obu typów układów udowodniono stosowne twierdzenia podające warunki dostateczne zbieżności procedur.