Zdzisław Naniewicz
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
E-mail: `naniewicz.z@acn.waw.pl`

Wariacyjne podejście do zagadnienia równowagi ekonomicznej w refleksywnej przestrzeni Banacha

Niech X będzie refleksywną przestrzenią Banacha, $X^\star$ jej przestrzenią dualną oraz niech $\langle \cdot\,, \cdot \rangle$ oznacza formę biliniową na $X^\star \times X$. Oznaczmy przez $\mathcal{K} \subset X$ domknięty, wypukły stożek w X oraz przez $\mathcal{K}^+ = \{\tau \in X^\star : \langle \tau, x \rangle \geq 0 \quad \forall\, x \in \mathcal{K}\}$ – jego dodatni stożek dualny w $X^\star$.

Załóżmy, że

$$V_j : X \to \mathbb{R} \cup \{+\infty\}, \quad j = 1, \ldots, m, \tag{1}$$

są wypukłymi, właściwymi i półciągłymi dolnie funkcjami na X oraz

$$\phi_j : \mathcal{K}^+ \to \mathbb{R}, \;\; \phi_j(\tau) \geq 0, \quad \forall\, \tau \in \mathcal{K}^+, \quad j = 1, \ldots, m, \tag{2}$$

są wypukłymi, dodatnio jednorodnymi funkcjami o wartościach nieujemnych. Ponadto przyjmiemy, że $\Phi = \sum_{j=1}^m \phi_j$.

Przedmiotem rozważań jest następujące zagadnienie:

Problem (P): Znaleźć $\pi \in \mathcal{K}^+ \backslash \{0\}$ oraz $x_j \in \mathcal{K}$, $j = 1, \ldots, m$, spełniające następujące warunki:

(PM) $$V_j(x_j) = \min \left\{ V_j(x) : \langle \pi, x \rangle \leq \phi_j(\pi), \;\; x \in \mathcal{K} \right\}, \quad j = 1, \ldots, m,$$

(PE) $$\left\langle \tau - \pi, -\sum_{j=1}^m x_j \right\rangle + \Phi(\tau) - \Phi(\pi) \geq 0, \quad \forall\, \tau \in \mathcal{K}^+.$$

Sformułowany powyżej problem jest uogólnieniem klasycznego modelu równowagi ekonomicznej Arrowa-Debreu i Arrowa-Debreu-McKenziego.

W pracy podane zostaną warunki istnienia rozwiązania tego problemu w refleksywnej przestrzeni Banacha. Na szczególną uwagę zasługuje fakt, że w przedstawionym podejściu nie zakłada się istnienia niepustego wnętrza w stożku $\mathcal{K}$ oraz nie narzuca się w zamian żadnych innych warunków na funkcje V_j rekompensujących jego brak. Przypomnijmy, że w dotychczasowych podejściach celem uzyskania rozwiązania przyjmowano założenie znane w literaturze jako "Mas Colell ω-properness assumption".

Sformułowano również szereg wniosków umożliwiających uzyskanie klasycznych rozwiązań omawianego problemu.