Tadeusz Rzeżuchowski
Politechnika Warszawska
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

Równoważne inkluzje różniczkowe i ich znaczenie dla powierzchni półprzepuszczalnych

na podstawie artykułu [3] wspólnego z Andrzejem Leśniewskim

Rozwiązania inkluzji różniczkowej

$$\dot{x} \in F(x) \tag{1}$$

gdzie $x \in \mathbb{R}^n$, $F(x) \subset \mathbb{R}^n$ domknięte, rozumiane są w sensie Carathéodory'ego, czyli jako absolutnie ciągłe funkcje $x : [a, b] \to \mathbb{R}^n$, spełniające prawie wszędzie w $[a, b]$ warunek $\dot{x}(t) \in F(x(t))$. Przez trajektorię rozwiązania $x(\cdot)$ rozumiemy obraz tej funkcji w przestrzeni $\mathbb{R}^n$, czyli zbiór $\{x(t) : t \in [a, b]\}$.

Omówione są warunki wystarczające na to, by zbiór trajektorii inkluzji (1) był równy zbiorowi trajektorii innej inkluzji $\dot{x} \in G(x)$. Są to uogólnienia warunków podanych przez Filippova w [1].

Podane są przykłady zastosowań tych twierdzeń do udowodnienia specyficznego twierdzenia o istnieniu rozwiązań inkluzji (1), a także do badania powierzchni półprzepuszczalnych dla rozwiązań takiej inkluzji. Zbiór $M \subset \mathbb{R}^n$ ma brzeg półprzepuszczalny dla rozwiązań inkluzji (1), jeśli z każdego punktu tego zbioru wychodzi rozwiązanie pozostające w nim, a żadne rozwiązanie startujące z punktu poza M nie może do M wejść — badanie takich zbiorów w kontekście gier różniczkowych było zapoczątkowane przez Isaacsa [2], a znacznie rozwinęło się po wprowadzeniu przez Quincampoix pojęcia niegładkich powierzchni półprzepuszczalnych [4].

Literatura

[1] A. F. Filippov, *Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью*, Nauka, Moskva 1985.
[2] R. Isaacs, *Differential Games*, John Wiley, New York 1965.
[3] A. Leśniewski, T. Rzeżuchowski, *Autonomous differential inclusions sharing the families of trajectories*, Demonstr. Math. XXXIX (2006), 347–356.
[4] M. Quincampoix, *Differential inclusions and target problems*, SIAM J. Control Optim. 30 (1992), 324–335.