

Nietrywialne rozwiązania równań całkowych typu Volterra

Przy modelowaniu pewnych zagadnień jak np. problemy nieliniowej dyfuzji, wędrującej fali uderzeniowej czy opisie kształtu wiszącej kropli [4, 6], jest rozważane nieliniowe równanie całkowe typu Volterra drugiego rodzaju

$$u(x) = \int_0^x k(x-s)[u(s)]^p ds, \quad p \in (0, 1), \quad (1)$$

gdzie $x \in [0, \delta]$, $\delta > 0$, a jądro k jest nieujemne. Równanie (1) posiada zawsze trywialne rozwiązanie $u \equiv 0$, jednak szczególnie interesującym zagadnieniem, ze względu na zastosowania, jest badanie zachowania się nietrywialnych, nieujemnych rozwiązań w pobliżu zera. O ile w przypadku jądra postaci $k(x) = x^{\alpha-1}$ ($\alpha > 0$) pewne przybliżone rozwiązania były przedstawione w pracach przed kilku laty [1], o tyle brak jest podobnych rezultatów w przypadku jąder bardzo gładkich w pobliżu zera takich jak np. $k(x) = \exp(-1/x^\alpha)$ ($\alpha > 0$). Przedstawione zostaną pewne ogólne warunki konieczne i dostateczne istnienia takich rozwiązań oraz metoda znajdowania rozwiązań przybliżonych [2, 3].

Literatura

- [1] N. Karapetiants, A. Kilbas, M. Saigo, S. Samko, *Upper and lower bounds for solutions of nonlinear Volterra convolution integral equations with power nonlinearity*, J. Integral Equations Appl. 12 (2002), 421–448.
- [2] M. Niedziela, *Estimates of solutions to some Volterra integral equation*, Applicationes Math., w recenzji.
- [3] M. Niedziela, W. Okrański, *A note on Volterra integral equations with power nonlinearity*, J. Integral Equations Appl. 18 (2006), 509–519.
- [4] W. Okrański, *Nontrivial solutions to nonlinear Volterra integral equations*, SIAM J. Math. Anal. 22 (1991), 1007–1015.
- [5] W. Okrański, *Nontrivial solutions for a class of nonlinear Volterra equations with convolution kernel*, J. Integral Equations Appl. 3 (1991), 399–409.
- [6] W. Okrański, *Nonlinear Volterra equations and physical applications*, Extracta Math. 4 (1989), 51–80.