

Jacek Jakubowski
Uniwersytet Warszawski
Instytut Matematyki
E-mail: jakub@mimuw.edu.pl
Mariusz Niewęglowski
Politechnika Warszawska
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych
E-mail: m.nieweglowski@mini.pw.edu.pl

Wycena obligacji i CDS z migracją ratingów generowaną przez proces Coxa

W wystąpieniu przedstawiony zostanie problemem wyceny obligacji narażonych na ryzyko migracji ratingów kredytowych i kontraktów CDS związanych z takimi obligacjami. Od początku zakładamy, że proces opisujący migrację ratingów jest zadany poprzez złożenie dyskretnego w czasie łańcucha Markowa o jednym stanie pochłaniającym z niezależnym procesem Cox'a. Moment defaultu jest zadany jako pierwszy moment osiągnięcia przez proces migracji stanu pochłaniającego. Pokazujemy, że przy takiej konstrukcji proces migracji ratingów posiada warunkową własność Markowa, a ponadto, że zachodzi tzw. hipoteza (H) mówiąca o niezmienności martyngałów wyjściowej filtracji względem filtracji rozszerzonej o naturalną filtrację procesu migracji ratingów kredytowych. W dalszej części wystąpienia przedstawimy wyprowadzenie wzorów na warunkowe wartości oczekiwane zmiennych losowych związanych z procesem migracji ratingów. Skupiamy się tutaj w szczególności na przypadku wypłat, które zależą od momentu defaultu i stanu procesu migracji ratingów przed momentem defaultu. Wypłaty tego rodzaju pojawiają się, gdy rozpatrujemy obligacje, w których kwota odzysku zależy od ratingu obligacji przed defaultem, oraz w przypadku kontraktów typu Credit-Default-Swap związanych z takimi obligacjami. Istotnym obiektem pojawiającym się w wyprowadzonych wzorach jest łączny (warunkowy) rozkład momentu defaultu i ratingu obligacji przed defaultem. Pokazuję, jak wyznaczyć ten warunkowy rozkład za pomocą eksponent pewnych macierzy związanych z macierzą przejścia. Następnie wyprowadzam gotowe wzory w przypadku, gdy macierz przejścia diagonalizuje się, a także w dużo ogólniejszym przypadku, gdy mamy postać kanoniczną Jordana macierzy przejścia. W końcowej części przedstawimy zastosowanie wyprowadzonych wzorów do wyceny obligacji i kontraktów Credit-Default-Swap.