Tadeusz Rzeżuchowski
Politechnika Warszawska
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

Inkluzje różniczkowe z prawą stroną zawierającą miarę — rozwiązania o wariacji skończonej (z nieciągłościami)

Przy rozważaniu równań bądź inkluzji różniczkowych z możliwymi nieciągłościami (skokami) rozwiązań pojawia się problem określany często w literaturze jako „problem Zenona" (z Elei) — chodzi o możliwość wystąpienia nieskończenie wielu skoków i powstawania w ten sposób rozwiązań o wariacji nieograniczonej, ale również o kłopoty z samą definicją rozwiązań.

Opisana zostanie (w przestrzeni skończeniewymiarowej) jedna z możliwych metod ominięcia tych przeszkód oparta na zastosowaniu uogólnienia pojęcia inkluzji różniczkowych z prawą stroną zawierającą miarę

$$dx(t) \in F_1(t, x(t))\, dt + F_2(t, x(t))\, d\mu(t)$$

gdzie rozwiązanie jest rozumiane jako funkcja o wahaniu skończonym spełniająca warunek

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} \phi_1(\tau)\, d\tau + \int_{[t_0,t]} \phi_2(\tau)\, d\mu(\tau)\ , \quad t \in [t_0, T]$$

przy czym ϕ_1, ϕ_2 mierzalne w sensie Borela, $\phi_1(\tau) \in F_1(\tau, x(\tau))$ p.w. w sensie miary Lebesgue'a, $\phi_2(\tau) \in F_2(\tau, x(\tau))$ μ prawie wszędzie w zbiorze τ nie będących atomami miary μ, a ponadto $\phi_2(\tau) \in \tilde{F}_2(\tau, x(\tau^-), \mu(\{\tau\}))$ dla wszystkich atomów miary μ, a $\tilde{F}_2$ jest w specjalny sposób określoną multifunkcją.

Podane zostaną również implikacje tej metody dla zagadnień drożności inkluzji różniczkowych z rozwiązaniami o wariacji skończonej mającymi nieskończenie wiele skoków.