dr Anna Chwastyk, dr Andrzej Metelski
Politechnika Opolska
Katedra Matematyki i Zastosowań Informatyki

Algorytm identyfikacji stałego składnika źródłowego w równaniu Fouriera-Kirchhoffa

Artykuł dotyczy odwrotnego zadania przepływu ciepła, polegającego na identyfikacji nieznanego składnika źródłowego $Q = \mathrm{const}$ w równaniu Fouriera-Kirchhoffa. Algorytm rozwiązania problemu przedstawiony został na przykładzie następującego zagadnienia brzegowo-początkowego:

$$\begin{cases} \mathbf{x} \in \Omega : & c\dfrac{\delta T(\mathbf{x},t)}{\delta t} = \lambda \nabla^2 T(\mathbf{x},t) + Q \\ \mathbf{x} \in \Gamma_1 : & T(\mathbf{x},t) = T_b \\ \mathbf{x} \in \Gamma_2 : & -\lambda \dfrac{\delta T(\mathbf{x},t)}{\delta n} = q_b \\ \mathbf{x} \in \Gamma_3 : & -\lambda \dfrac{\delta T(\mathbf{x},t)}{\delta n} = \alpha(T(\mathbf{x},t) - T_a) \\ t = 0 : & T(\mathbf{x},t) = T_0(\mathbf{x}) \end{cases}$$

gdzie $c\ [J/m^3K]$ to ciepło właściwe odniesione do jednostki objętości, $\lambda\ [W/mK]$ jest współczynnikiem przewodzenia ciepła, $Q = \mathrm{const}\ [W/m^3]$ jest nieznanym składnikiem źródłowym, t, $\mathbf{x} = (x,y)$ to odpowiednio czas i współrzędne geometryczne, T_b jest zadaną temperaturą brzegową na fragmencie brzegu Γ_1 obszaru Ω, $q_b\ [W/m^2]$ — brzegowym strumieniem ciepła na Γ_2, $\frac{\delta T(x,t)}{\delta n}$ to pochodna w kierunku normalnym do brzegu, $\alpha\ [W/m^2K]$, T_a oznaczają odpowiednio współczynnik wnikania ciepła i temperaturę otoczenia, T_0 — temperaturę początkową.

Rozwiązanie zagadnienia odwrotnego jest możliwe pod warunkiem, że dysponuje się dodatkową informacją. Model matematyczny uzupełnia się zatem znanymi wartościami temperatury w M punktach kontrolnych dla F chwil czasu

$$T(x^i, t^f) = T^f_{di} \qquad \text{dla } i = 1, 2, \ldots, M, \quad f = 1, 2, \ldots, F.$$

Artykuł zawiera przykłady obliczeń numerycznych dla zagadnień dwuwymiarowych.