Antoni Leon Dawidowicz
Uniwersytet Jagielloński
Katarzyna Brzozowska-Rup
Politechnika Świętokrzyska

Filtracja, prognozowanie i wygładzanie w modelach niemarkowowskich

W zagadnieniach teorii szeregów czasowych często pojawia się problem polegający na tym, że rozkład obserwowanej zmiennej losowej jest de facto rozkładem warunkowym. Fakt istnienia zmiennych ukrytych generuje pewne trudności w estymacji parametrów, a co za tym idzie, również w prognozowaniu. Korzystanie ze standardowej metody największej wiarogodności nie jest w tej sytuacji możliwe. Wobec tego faktu zaproponowano zastosowanie zmodyfikowanej metody największej wiarogodności uwzględniającej metody Monte Carlo. Metoda największej wiarogodności wymaga kompletnego zbioru danych, co wiąże się z koniecznością szacowania wartości zmiennej ukrytej. W tym celu wyznaczana jest warunkowa funkcja gęstości zmiennej ukrytej $p(x_t|y_{0:s})$ gdzie $y_{0,s} = (y_0, \ldots, y_s)$ oznacza zbiór obserwacji dostępnych w chwili s. Funkcja $p(x_t|y_{0:s})$ zawiera wszystkie dostępne informacje o zmiennej stanu. W zależności od relacji między t i s definiuje się trzy różne problemy estymacji: gdy $t = s$, mamy do czynienia z filtracją, dla $t > s$ z prognozowaniem, natomiast gdy $t < s$ — z wygładzaniem.

Zagadnienie filtracji w nieliniowych modelach niegaussowsich jest znane od dawna. Problem omawiany był między innymi w pracach Andrieu [1], Arulampalam [2], Douceta [3]. Wszystkie te prace przyjmują założenie o markowowskości modelu. Założenie to implikuje warunkową niezależność obserwacji. W praktyce w wielu przypadkach warunek ten nie jest spełniony, co w konsekwencji obniża wartość metody. W związku z powyższym w naszej pracy zostaną zaprezentowane wstępne wyniki dotyczące estymacji nieliniowego modelu, w których zmienna ukryta charakteryzuje się dłuższą pamięcią. Proponowany przez nas algorytm bazuje na idei filtru cząstkowego. Celem pracy jest wyznaczenie rekurencyjnych wzorów na $p(x_t|y_{0:s})$ dla modelu

$$x_t \sim f(x_t|x_{t-1}, x_{t-2})$$
$$y_t \sim g(y_t|x_t)$$

Literatura

[1] Ch. Andrieu, A. Doucet, S. S. Singh, V.B. Tadić, *Particle Methods for Change detection*, System Identification and Control, Proceeding of the IEEE, Vol. 92, No. 3, March 2004.

[2] S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, T. Czapp, *A Tutorial on Particie Filters for On-line Non-linear/Non-Gaussian Bayesian Tracking*, IEEE Proceedings on Signal Processing 50:2 (2001), 174–188.

[3] C. S. Bos, S. J. Koopman, M. Ooms Long, *Memory Modelling of Inflation with Stochastic Variance and Structural Breaks*, Tinbergen Institute Discussion Papers, No. 07-099/4.