

## Zasada wariacyjna dynamiki systemów

Równocześnie z rozwojem matematyki i fizyki w różnych gałęziach nauki zaczęto coraz częściej dostrzegać, że prawa natury można formułować w postaci tzw. zasad wariacyjnych. Zasada wariacyjna stwierdza, że rozpatrywany proces przebiega zawsze w taki sposób, żeby pewien funkcjonal, charakteryzujący ten proces, osiągnął minimum lub maksimum. Funkcjonał ten zwykle zawiera w sobie treść wszystkich równań różniczkowych i warunków brzegowych danego zagadnienia. Równania podstawowe i warunki brzegowe wynikają ze sformułowania wariacyjnego w charakterze warunków stacjonarności funkcjonału. Dzięki temu w fizyce powstały dwa sposoby tworzenia modeli matematycznych zjawisk przyrodniczych. Pierwszy sposób polega na tworzeniu modeli w postaci zasady wariacyjnej, drugi zaś wykorzystuje w tym celu równania różniczkowe.

Zasady wariacyjne ukazują, czym prawdziwy ruch lub stan układu materialnego różni się od wszystkich jego wirtualnych ruchów lub stanów. Aby sformułować zasadę wariacyjną w sposób matematyczny, trzeba ułożyć równania opisujące dany proces i za pomocą wariacji ich formy wyprowadzić warunki ekstremum badanej wielkości. Równania, dla których osiągamy to ekstremum, odzwierciedlają prawa rozwoju badanego zjawiska [1].

Rozpatrując system jako całość zawiązanych ze sobą i współdziałających elementów, będziemy rozpatrywać przeważnie systemy otwarte oraz zmierzające do określonego celu. To są przede wszystkim systemy o charakterze fizycznym i przemysłowym. System taki nastawiony jest na osiągnięcie wytyczonego celu. Prowadzą ku temu różne drogi. Każdy taki układ posiada wewnętrzną organizację. Utrzymuje ona system w jedności i tworzy jego specyfikę. Na każdy z nich działają wewnętrzne i zewnętrzne zakłócenia, odchylające system od optymalnej drogi do celu i zaburzające jego organizację. Każdy taki system stanowi układ kierowany, tj. ulega zakłóceniom zewnętrznym i wewnętrznym wymuszonym zakłócającym oraz sterowaniu za pomocą rozkazów, przeznaczonych zniwelowaniu działania zakłóceń [2].

Zasada wariacyjna powinna zawierać najbardziej ogólne i głębokie właściwości wszystkich takich systemów. Brzmi ona następująco: *Wpływ na system (praca) wszystkich uogólnionych sił, uwarunkowanych działaniem zakłóceń, sterowania oraz wewnętrznej organizacji systemu na wirtualnych drogach prowadzących do celu jest równy zeru.*

Zasady wariacyjne ukazują, czym prawdziwy ruch lub stan układu materialnego różni się od wszystkich wirtualnych jego ruchów lub stanów. Zasady wariacyjne, wyrażające tę różnicę w każdej danej chwili czasu, nazywają się *różniczkowymi*. Zasady te w nauce są najbardziej powszechne. Matematyczne sformułowanie wymienionego powyżej prawa w postaci zasady różniczkowej wygląda następująco:

$$\sum_{i=1}^n \left( \mathbf{F}_i^{(z)} + \mathbf{F}_i^{(s)} + \mathbf{F}_i^{(r)} \right) \cdot \delta \mathbf{r}_i = 0, \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{F}_i^{(z)}$  — działanie zakłóceń;  $\mathbf{F}_i^{(s)}$  — działanie sterowań;  $\mathbf{F}_i^{(r)}$  — siły, uwarunkowane działaniem wewnętrznej organizacji systemu;  $\delta \mathbf{r}_i$  — wirtualne przemieszczenia. Zostało pokazane, że teoria przewodnictwa ciepła stanowi szczególny przypadek działania zasady (1).

### Literatura

- [1] J. Głazunow, *Metody wariacyjne*, Elbląska Uczelnia Humanistyczno-Ekonomiczna, Elbląg 2005.
- [2] J. Głazunow, *Logika opracowania regionalnych programów rozwojowych*, Wyższa Szkoła Zarządzania w Gdańsku, Gdańsk 2002.