mgr Marta Kostrzewska
Uniwersytet Śląski, Instytut Matematyki
prof. dr hab. Lesław Socha
Uniwersytet Kardynała S. Wyszyńskiego
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy

Wyznaczanie Pareto optymalnych rozwiązań w losowych sieciach przepływów

W przedstawionej pracy rozważymy pewną modyfikację bikryterialnego problemu minimalizacji kosztów przepływów w sieci skierowanej $G = (N, A)$. Z każdym łukiem $(i, j) \in A$ wiążemy nieujemną zmienną losową C_{ij} opisującą koszt jednostkowego przepływu przez ten łuk. Zakładamy, że wartość oczekiwana i wariancja tych zmiennych są skończone oraz dodatnie. Ponadto przyjmujemy, że zmienne losowe te są niezależne.

Jeżeli przez x_{ij} oznaczymy przepływ przez łuk $(i, j) \in A$, wówczas interesować nas będzie rozwiązanie problemu

$$\min \begin{bmatrix} \sum_{(i,j)\in A} E(C_{ij}) x_{ij} \\ \sum_{(i,j)\in A} V(C_{ij}) {x_{ij}}^2 \end{bmatrix}$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i)\in A\}} x_{ji} = b_i \quad \forall i \in N,$$

$$l_{ij} \le x_{ij} \le u_{ij} \quad \forall (i,j) \in A,$$

gdzie b_i oznacza popyt lub podaż wierzchołka i, a wartości l_{ij} i u_{ij} określają przepustowość łuku (i, j).

Jako, że „idealne” rozwiązanie minimalizujące równocześnie obydwie funkcje celu zazwyczaj nie istnieje, skupimy się na wyznaczeniu zbioru rozwiązań Pareto optymalnych przedstawionego problemu. W odróżnieniu od klasycznego bikryterialnego problemu minimalizacji kosztów przepływów, jedna z rozważanych przez nas funkcji jest kwadratowa, co uniemożliwia stosowanie znanych algorytmów [2] dla liniowych funkcji celu. Referat przedstawia algorytm oparty na metodzie aproksymacji krzywej wypukłej Yanga i Goha [1], [3], który szczególnie w przypadku sieci o dużej liczbie wierzchołków w krótkim czasie daje bardzo dobre przybliżenie granicy efektywnej rozważanego problemu.

Literatura

[1] D. Goldfarb, A. Idnani, *A numerically stable dual method for solving strictly convex quadratic programs*, Mathematical Programming 27 (1983), 1–33.

[2] H. W. Hamacher, C. R. Pedersen, S. Ruzika, *Multiple objective minimum cost flow problems: a review*, European Journal of Operational Research 176 (2007), 1404–1422.

[3] X. Q. Yang, C. J. Goh, *A method for convex curve approximation*, European Journal of Operational Research 97 (1997), 205–212.