dr Marian Liskowski
Politechnika Poznańska
Instytut Matematyki
E-mail: `marian.liskowski@put.poznan.pl`

Aproksymacja za pomocą operatorów całkowych w pewnych funkcyjnych przestrzeniach modularnych

Przedstawione zostaną wyniki dotyczące aproksymacji za pomocą operatorów całkowych w przestrzeni modularnej $L_{\varphi,\psi}(T)$ określonej przez modular (1).

Niech $T = [0, a] \times [0, b] \subset R^2$. $L_{\varphi,\psi}(T)$ oznacza przestrzeń wszystkich funkcji należących do $L(T)$ takich, że $I_{\varphi,\psi}(\lambda f) < \infty$ dla pewnego $\lambda > 0$, gdzie $I_{\varphi,\psi}$ jest modularem wypukłym

$$I_{\varphi,\psi}(f) = \int_0^a \varphi\left(x, \int_0^b \psi(y, f(x, y))\, dy\right) dx. \tag{1}$$

Funkcje $\varphi : [0, a] \times R \to [0, \infty)$, $\psi : [0, b] \times R \to [0, \infty)$ są mierzalne ze względu na pierwszą zmienną, parzyste, wypukłe i ciągłe w zerze ze względu na drugą zmienną, $\varphi(t, 0) = \psi(t, 0) = 0$, $\varphi(t, u) > 0$ i $\psi(t, u) > 0$ jeśli $u \neq 0$ dla prawie każdego t.

1. Aproksymacja za pomocą nieliniowych operatorów całkowych. Rozważany jest problem aproksymacji funkcji w $L_{\varphi,\psi}(T)$ za pomocą operatorów postaci

$$(T_w f)(x, y) = \iint_{Q_w} K_w(s, t, f(s + x, t + y))\, ds\, dt,$$

gdzie $w \in W$, W jest dowolnym zbiorem indeksów, $Q_w = [-\alpha_w, \alpha_w] \times [-\beta_w, \beta_w]$, $\alpha_w, \beta_w > 0$ oraz $K_w : Q_w \times R \to R$ jest funkcją mierzalną $K_w(s, t, u)$ dla $(s, t) \in Q_w$ dla każdego $u \in R$ spełniającą pewne dodatkowe warunki.

2. Aproksymacja za pomocą liniowych operatorów całkowych. Operator liniowy

$$(T_w f)(x, y) = \iint_{Q_w} K_w(s, t) f(s + x, t + y)\, ds\, dt$$

określony jest za pomocą funkcji K_w, która przy ustalonym $w \in W$ jest elementem przestrzeni $L^\infty(Q_w)$ i która ma zerowe rozszerzenie poza zbiór Q_w.

W obu przypadkach badana jest zbieżność modularna ciągu $(T_w f)_{w\in W}$ do f ze względu na filtr podzbiorów zbioru W.

Literatura

[1] M. Liskowski, *On approximation by means of linear operators on generalized Orlicz spaces*, Int. Journal of Pure and Applied Mathematics, 37.2 (2007), 165–180.

[2] J. Musielak, *On approximation of functions of two variables by integral means and their generalization*, Atti Sem. Math. Fis. Univ. Modena, XLVI (1998), 335–349.