Jarosław Michalkiewicz
Wrocław

Problem wahania funkcji wielu zmiennych oraz zastosowania ich w zmodyfikowanym twierdzeniu Kołmogorowa

W literaturze matematycznej brak jest uogólnienia wahania na wahania funkcji wielu zmiennych. W mojej pracy wahanie funkcji jest określone inaczej niż w klasycznych pracach matematycznych. Po pierwsze wahanie funkcji jest określone dla funkcji jednej zmiennej. Można tu zaproponować następującą metodę postępowania. Należy określić krzywe w przestrzeni dziedziny funkcji wielu zmiennych i dla każdej krzywej określić wahanie (jako funkcji jednej zmiennej). Następnie należy określić wahanie jako supremum wahań po wszystkich krzywych. Właściwiej jest jednak zastosować metodę określenia wahania jako różnicy między największą a najmniejszą wartością na elemencie kraty (dziedzinie).

Wahanie funkcji jednej zmiennej wyraża się wzorem

$$\mathrm{var}_{(a,b)} f(x) = \sup\{v\} \tag{1}$$

gdzie

$$v = \sum_{i=1}^{n-1} |f(x_{i+1}) - f(x_i)| \tag{2}$$

Wahanie funkcji wielu zmiennych może wyrażać się wzorem

$$\mathrm{var}\, f(x_1, \ldots, x_n) = \sup_{\varphi(t)} \sup\{v\} \tag{3}$$

gdzie

$$v = \sum_{i=1}^{n-1} |f(x_1(\varphi(t_{i+1})), \ldots, x_n(\varphi(t_{i+1})) - f(x_1(\varphi(t_i)), \ldots, x_n(\varphi(t_i))| \tag{4}$$

a $\varphi(t)$ jest krzywą w przestrzeni dziedziny funkcji wielu zmiennych.

Jakie to mogą być krzywe, to jest to przedmiotem referatu.

W zmodyfikowanym twierdzeniu Kołmogorowa szacuje się dokładność aproksymacji wzorem

$$\sup_{E^n} |h(x_1, \ldots, x_n) - ha(x_1, \ldots, x_n)| \leq \frac{1}{m} \sup_{E^n} |h(x_1, \ldots, x_n)| \tag{5}$$

Od wahania funkcji wielu zmiennych zależy błąd uogólniania i uczenia sieci neuronowej, do której odnosi się zmodyfikowane twierdzenie Kołmogorowa.