

## Estymacja parametrów wielowymiarowych rozkładów $\alpha$ -stabilnych sferycznie niezmienniczych

Celem wykładu jest prezentacja estymatorów parametrów rozkładów  $\alpha$ -stabilnych sferycznie niezmienniczych.

**Definicja.** Rozkład wektora losowego  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_d)$  nazywamy  $\alpha$ -stabilnym sferycznie niezmienniczym, jeżeli funkcja charakterystyczna  $\widehat{s}_{d,\alpha}(t)$  tego wektora ma postać

$$\widehat{s}_{d,\alpha}(t) = \exp(-\sigma^\alpha |t|^\alpha), \quad \alpha \in (0, 2], \quad \sigma > 0, \quad t \in \mathbb{R}^d.$$

Liczba  $\alpha$  nosi nazwę indeksu, natomiast  $\sigma$  pełni rolę parametru skali.

Funkcja charakterystyczna rozkładu jest absolutnie całkowalna, więc rozkłady te mają ciągłe gęstości. Niestety, poza dwoma przypadkami nie jest znana jej dokładna postać. W trakcie wykładu omówiony zostanie algorytm numeryczny aproksymacji funkcji gęstości.

Do estymacji parametrów  $\alpha$  i  $\sigma$  użyty zostanie oparty na metodzie momentów estymator Zolotarewa oraz jego modyfikacja. Udowodnione zostaną podstawowe własności tych estymatorów oraz wskazana przewaga wersji zmodyfikowanej nad klasyczną.

Znajomość algorytmu na aproksymację gęstości pozwala użyć metody największej wiarygodności. Zmodyfikowany estymator Zolotarewa zostanie wykorzystany do zainicjowania estymatora największej wiarygodności. Na zakończenie zaprezentowane zostaną własności tak skonstruowanego estymatora.

Analiza porównawcza przedstawionych estymatorów posłuży do wydania praktycznych rekomendacji na temat szacowania nieznanymi parametrów rozkładów  $\alpha$ -stabilnych sferycznie niezmienniczych.

### Literatura

- [1] A. Nagajew, P. Szymański, *An approach to numerical analysis of sub-gaussian stable distributions*, IRMA, Vol. 63, Lille 2004.
- [2] J. P. Nolan, *Multivariate stable densities and distribution functions: general and elliptic case*, Deutsche Bundesbank's 2005 Annual Fall Conference, 2005.
- [3] A. Zaigraev, *On asymptotic properties of multi-dimensional  $\alpha$ -stable densities*, 2004.
- [4] V. M. Zolotarev, *One-dimensional Stable Distributions*, Translations of Mathematical Monographs 65, American Mathematical Society, Translation from the original 1983 Russian edition, 1986.