dr Jan Koroński
Politechnika Krakowska, Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki Stosowanej
Instytut Matematyki

O problemie odwrotnym dla równania biparabolicznego w ćwierćczasopłaszczyźnie z warunkami brzegowymi typu Riquiera

Zagadnienia odwrotne dla różnych typów równań cząstkowych można sklasyfikować w zależności od tego, jakie funkcje (oprócz rozwiązania równania) będą wyznaczane, a jakie są zadane w rozważanym zagadnieniu. Można wyróżnić następujące typy zagadnień odwrotnych:

1. Zagadnienia, w których wyznaczone są funkcje występujące w równaniu różniczkowym,
2. Brzegowe zagadnienia odwrotne, w których poszukiwana jest funkcja lub funkcje występujące w warunkach brzegowych,
3. Geometryczne zagadnienia odwrotne, w których poszukiwane są pewne geometryczne charakterystyki powierzchni będącej brzegiem pewnego obszaru lub opisu obszaru ograniczonego tą powierzchnią,
4. Zagadnienia retrospektywne (z warunkiem końcowym).

Występować mogą również zagadnienia mieszanych typów. Wśród zagadnień typu 1 można wyróżnić takie, w których poszukiwana jest funkcja źródła (prawa strona równania).

W prezentowanej pracy rozważamy następujący problem: Skonstruować parę funkcji (u, f) danych jawnymi wzorami i spełniających równanie biparaboliczne postaci

$$P^2u(x,t) = V(x,t)f(t) + W(x,t), \quad P = D^2_{x_1} + D^2_{x_2} - D_t,\ P^2 = P(P),\ x = (x_1, x_2),$$

w obszarze

$$D = \Big\{(x,t) : x_1 > 0,\, x_2 > 0,\, t \in (0,T]\Big\},$$

gdzie funkcja u spełnia następujący warunek początkowy:

$$P^i u(x,0) = f_i(x),\ i = 0,1, \quad \text{dla } x \in D_1 = \{(x,0) : x_1 > 0,\, x_2 > 0\}$$

i następujące warunki brzegowe:

$$P^i u(x_1,0,t) = h_i(x_1,t),\ i = 0,1,\ x_1 > 0, \quad P^i u(0,x_2,t) = k_i(x_2,t),\ i = 0,1,\ x_2 > 0,$$

oraz następujący tzw. warunek kontrolny (warunek sterowania):

$$u(x^0,t) = k(t),\ t \in (0,T),\ x^0 = (x^0_1, x^0_2).$$

Punkt $x^0 = (x^0_1, x^0_2)$ jest dowolnym, ale ustalonym punktem, natomiast funkcje V, W, f_i, h_i, k_i, $i = 0,1$, oraz $k(t)$ są zadane. Z warunku kontrolnego otrzymujemy stosowny układ równań całkowych na nieznaną funkcję f.

Pewne uwagi na temat zastosowań równań różniczkowych cząstkowych rzędu czwartego (w szczególności równań biparabolicznych) można znaleźć w pracy monograficznej [1] na stronach 115–117.

Bibliografia

[1] J. Koroński, *The limit problems for linear and nonlinear polyparabolic equations and asymptotic behaviour of solutions of parabolic systems*, Podstawowe Nauki Techniczne, Zeszyt Naukowy Nr 24, Politechnika Krakowska, Kraków 2001, stron 130.