

dr Dorota Kubalińska
 University of Bremen
 Center of Technomathematics
 E-mail: dorota@math.uni-bremen.de

Interpolacyjne techniki redukcji wymiaru modelu

(Interpolation-based model order reduction)

Procesy zachodzące w układach elektrycznych, mechanicznych, mikro-elektryczno-mechanicznych, w aeronautyce, prognozowaniu pogody i wielu innych gałęziach nauki i techniki bardzo często mogą być modelowane za pomocą układów dynamicznych. Takie modele są zazwyczaj opisane równaniami różniczkowymi cząstkowymi. Ich linearyzacja i dyskretyzacja metodą elementów skończonych lub metodą różnic skończonych prowadzi do wielkich układów równań różniczkowych zwyczajnych lub równań różnicowych. Liczba otrzymanych równań do rozwiązania zależy od dokładności dyskretyzacji i jest zazwyczaj bardzo duża. Może sięgać kilku milionów.

Jest zatem wskazane, a w wielu sytuacjach konieczne, aby znaleźć układ o zredukowanym wymiarze (a więc również o mniejszej złożoności), którego zachowanie wejście-wyjście przybliży zachowanie oryginalnego układu. Zależność wejście-wyjście jest w pełni zdeterminowana przez funkcję przejścia (transmitancję operatorową) układu. Zastosowanie technik stycznej interpolacji dla funkcji przejścia może prowadzić do efektywnych metod numerycznych dla obliczania modeli o zredukowanym wymiarze, będących dobrym przybliżeniem dla bardzo dużych układów dynamicznych. Jednakże w tych metodach prawidłowy wybór punktów i kierunków interpolacyjnych pozostaje problemem. Poza tym obecnie dostępne metody są skonstruowane w celu aproksymacji asymptotycznie stabilnych układów. Jednakże pewne procesy, takie jak np. rozwój pogody, prowadzą do niestabilnych stacjonarnych liniowych układów dynamicznych.

W związku z aktualnością problemu autorka prowadziła badania nad technikami redukcji wymiaru modelu stacjonarnych układów liniowych, które mogłyby zostać zastosowane zarówno dla stabilnych jak i niestabilnych układów. Szczególna uwaga została poświęcona problemowi znajdowania modelu o zredukowanym wymiarze, który minimalizuje błąd aproksymacji względem normy $h_{2,\alpha}$ w przestrzeni Hardy'ego. Dla tego problemu optymalizacji zostały wyznaczone warunki konieczne. Z tych warunków następnie uzyskano informację na temat optymalnego wyboru danych interpolacyjnych. W oparciu o przedstawione tutaj podejście do problemu redukcji modelu zaproponowano sposób, w jaki należy zaadaptować istniejące już metody w celu redukcji niestabilnych liniowych układów dynamicznych.

Zbadana została również zależność pomiędzy optymalną metodą redukcji modelu względem normy $h_{2,\alpha}$ a interpolacją Hermite'a. Na podstawie zaprezentowanej teorii skonstruowany został iteracyjny algorytm oparty na interpolacji. Rezultatem tego algorytmu jest model o zredukowanym wymiarze, który spełnia wcześniej przedstawione warunki konieczne optymalności względem normy $h_{2,\alpha}$. Jakkolwiek zbieżność tego algorytmu nie jest gwarantowana. Korzyści wynikające z nowego podejścia do redukcji wymiaru modelu dla niestabilnych układów zostały zbadane podczas szeregu testów numerycznych.