

Andrzej S. Nowak  
Uniwersytet Zielonogórski  
Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii

## Lokalne kontrakcje w programowaniu dynamicznym

Klasyczne rezultaty z teorii programowania dynamicznego [1] wykorzystują twierdzenie Banacha o punkcie stałym. Mają one ciekawe zastosowania w badaniu modeli wzrostu ekonomicznego [2,7]. Ostatnio ekonomiści zainteresowali się studium takich modeli z nieograniczonymi funkcjami użyteczności [3,4,6]. W pracy [6] znajduje się próba uogólnienia twierdzenia Banacha na przypadek tzw. kontrakcji lokalnych wraz z zastosowaniami do modeli z deterministyczną funkcją produkcji. Jak pokazujemy w [5], jest tam poważny błąd w dowodzie. Prezentujemy kontrprzykład, poprawne wersje twierdzeń o punktach stałych kontrakcji lokalnych, a także przedstawiamy zastosowanie do stochastycznego programowania dynamicznego i teorii wzrostu ze stochastyczną funkcją produkcji.

### Literatura

- [1] D. Blackwell, *Discounted dynamic programming*, Annals of Mathematical Statistics 36 (1965), 226–235.
- [2] W. A. Brock, L. J. Mirman, *Optimal economic growth and uncertainty: the discounted case*, Journal of Economic Theory 4 (1972), 479–513.
- [3] C. Le Van, L. Morhaim, *Optimal growth models with bounded or unbounded returns: a unifying approach*, Journal of Economic Theory 105 (2002), 158–187.
- [4] C. Le Van, Y. Vailakis, *Recursive utility and optimal growth with bounded or unbounded returns*, Journal of Economic Theory 123 (2005), 187–209.
- [5] A. S. Nowak, J. Matkowski, *On discounted dynamic programming with unbounded returns*, Economic Theory (2009), to appear.
- [6] J. P. Rincón-Zapatero, C. Rodrigues-Palmero, *Existence and uniqueness of solutions to the Bellman equation in the unbounded case*, Econometrica 71 (2003), 1519–1555.
- [7] N. L. Stokey, R. E. Lucas, with E. Prescott, *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press, Cambridge, MA, 1989.