

prof. dr hab. Stefan Paszkowski

Instytut Niskich Temperatur i Badań Strukturalnych PAN we Wrocławiu

Nietypowe metody przyspieszania zbieżności szeregów

Komunikat jest kontynuacją komunikatu wygłoszonego na poprzedniej Konferencji Zastosowań Matematyki; również tamten dotyczył pewnej nietypowej metody przyspieszania zbieżności szeregów potęgowych z pewnej ważnej i obszernej klasy. Zastosowany tam pomysł polegał na wprowadzeniu do konstruowanej metody dodatkowego parametru β , co powodowało pojawienie się we wzorach *niewymierności* komplikującej obliczenia, ale także poprawienie jakości metody.

Jednym z celów niniejszego komunikatu jest

- 1° wykazanie, że podobny pomysł można zastosować do szeregów z innej, węższej, ale też ważnej w praktyce klasy szeregów, a także do pewnych iloczynów nieskończonych,
- 2° dokładne zbadanie własności klasycznej metody Aitkena dla pewnej klasy ciągów (szeregów), w której – jak się okazuje – dalsze iteracje mogą być coraz mniej efektywne,
- 3° wykazanie, że znajomość parametrów ciągu z tej klasy pozwala skonstruować (i zbadać) nieco lepszą metodę przyspieszania jego zbieżności,

Inny fragment komunikatu dotyczy również klasycznych metod Levina i nowych metod Wenigera. Opierają się one na założeniu, że interesujący nas ciąg $\{s_n\}$ o nieznannej granicy s spełnia, dla pewnego ciągu $\{\omega_n\}$ (jego związek z tamtym ciągiem zależy od konkretnej metody) równość asymptotyczną

$$s - s_n \sim \omega_n \sum_{j=0}^{\infty} \frac{c_j}{(n + \beta)^j}$$

dla metod Levina i podobną równość, ze zmianą $(n + \beta)_j$ ($(x)_j$ – symbol Pochhammera), dla metod Wenigera. Autorzy tych metod uznali na podstawie testów numerycznych, że wybór wartości β (która ma być dana) nie ma istotnego znaczenia dla skuteczności ich metod. Nie jest to jednak w pełni prawdziwe. Ponadto w komunikacie wykazano, że i w tych metodach parametr β można traktować dynamicznie, tzn. zmieniać go w każdym kroku postępowania. To również daje pewną metodę *niewymierną*, której dokładne zbadanie lub zmodyfikowanie wydaje się interesującym tematem badań.