

mgr Ewa Piotrowska
 Politechnika Białostocka
 Wydział Informatyki
 E-mail: piotrowska@pb.bialystok.pl

Stabilność i stabilizowalność układów liniowych na skalach czasowych

Teoria skal czasowych jest narzędziem, które umożliwia unifikację wyników znanych dla ciągłych i dyskretnych układów dynamicznych. W wystąpieniu zostaną poruszone zagadnienia stabilności i stabilizowalności dla układów liniowych niezależnych od czasu

$$x^\Delta(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (1)$$

gdzie $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $t \in \mathbb{T}$ (skala czasowa) i $x^\Delta(t)$ oznacza delta pochodną x względem t .

Rozpatrywanie tych zagadnień na gruncie teorii skal czasowych pozwala nie tylko ujednoczyć wyniki analizy ciągłej i dyskretnej, ale również umożliwia przeniesienie ich na dowolne skale niejednorodne.

Stabilność układów liniowych powiązana jest ze zbiorem stabilności wykładniczej, który zależy od skali czasowej, na której rozpatrywany jest dany układ dynamiczny. W przypadku niestabilnych układów sterowania można próbować ustabilizować je za pomocą sprzężenia zwrotnego.

Ograniczoność funkcji ziarnistości zapewnia, że zbiór stabilności wykładniczej nie będzie pusty. Następujące twierdzenia są rozszerzeniami znanych wyników na układy na skalach czasowych o ograniczonej funkcji ziarnistości:

Twierdzenie 1. *Jeżeli układ (1) jest sterowalny, to jest stabilizowalny.*

Twierdzenie 2. *Układ (1) jest stabilizowalny wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $\lambda \in \mathbb{C}$*

$$\text{rank}[\lambda I - A, B] < n \Rightarrow \lambda \in \mathcal{S}(\mathbb{T}),$$

gdzie $\mathcal{S}(\mathbb{T})$ oznacza zbiór stabilności wykładniczej dla skali czasowej \mathbb{T} .

Jeżeli funkcja ziarnistości jest nieograniczona, to na danej skali czasowej może nie dać się skonstruować żadnego układu stabilnego, a więc proces stabilizacji nie byłby możliwy. Istnieją jednak skale czasowe z nieograniczoną funkcją ziarnistości, na których można skonstruować układy stabilne.