Marcin Studniarski

Warunki konieczne i dostateczne dla optymalnej alokacji Pareto w nieciągłym modelu ekonomicznym Gale'a

(streszczenie referatu)

W niektórych modelach ekonomicznych (np. [1], [3]) występują funkcje nieciągłe. Dotychczasowe badania takich modeli koncentrowały się na twierdzeniach o istnieniu punktów równowagi. W niniejszym referacie przedstawimy warunki konieczne i dostateczne optymalności w sensie Pareto dla jednego z modeli uwzględniających funkcje nieciągłe.

Poniżej opiszemy uproszczoną wersję modelu Gale'a z pracy [1]. Załóżmy, że mamy n dóbr $G_1, G_2, ..., G_n$ oraz m agentów ekonomicznych $A_1, A_2, ..., A_m$. Zbiór dóbr obejmuje wszystkie rodzaje pracy i usług, jak również wszelkie możliwe towary i produkty. Agenci ekonomiczni są konsumentami lub producentami.

Ilość dóbr $G_1, G_2, ..., G_n$ dostarczanych lub konsumowanych przez agenta A_i w ustalonym przedziale czasu jest dana jako wektor

$$x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, ..., x_{i,n}) \in \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

którego j-ta współrzędna $x_{i,j}$ reprezentuje ilość dobra G_j i jest dodatnia lub ujemna zależnie od tego, czy dobro G_j jest dostarczane czy konsumowane. Wektor ten nazywamy *wiązką towarów* agenta A_i. Zbiór X_i wszystkich możliwych wiązek towarów (1) nazywamy *zbiorem towarów* lub *zbiorem technologicznym* agenta A_i, $i = 1, 2, ..., m$.

W modelu Gale'a zakłada się spełnienie *nierówności bilansowych* oznaczających, że łączna ilość każdego dobra skonsumowanego przez wszystkich agentów nie może przekroczyć łącznej ilości dostarczonego dobra:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{i,j} \geq 0, \quad j = 1, 2, ..., n. \tag{2}$$

W niniejszym referacie rozważam szczególny przypadek *modelu Gale'a bez oszczędności*, w którym zamiast nierówności (2) spełnione są równości

$$\sum_{i=1}^{m} x_{i,j} = 0, \quad j = 1, 2, ..., n. \tag{3}$$

Układ wektorów $\{x_1, x_2, ..., x_m\}$ nazywamy *alokacją dopuszczalną*, jeżeli $x_i \in X_i$, $i = 1, 2, ..., m$, i zachodzą równości (3).

Zakładamy, że dla każdego agenta A_i istnieje funkcja użyteczności $f_i : X_i \to \mathbb{R}$, $i = 1, 2, ..., m$. Każdy agent dąży do maksymalizacji swojej funkcji użyteczności.

Alokację dopuszczalną $\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_m\}$ nazywamy *alokacją optymalną w sensie Pareto*, jeżeli dla każdej innej alokacji dopuszczalnej $\{x_1, x_2, ..., x_m\}$ zachodzi jeden z dwóch warunków:

$$\text{(a)} \quad \forall i \in \{1, 2, ..., m\}: \quad f_i(x) = f_i(\bar{x}_i)$$

lub

$$\text{(b)} \quad \exists i \in \{1, 2, ..., m\}: \quad f_i(x) < f_i(\bar{x}_i).$$

W referacie zamierzam zastosować wyniki pracy [2] do wyżej opisanego modelu, uzyskując w ten sposób warunki konieczne i dostateczne optymalnej alokacji Pareto. Można to zrobić bez zakładania ciągłości funkcji użyteczności.

References

[1] I. Bula, *Discontinuous functions in Gale economic model*, Mathematical Modelling and Analysis **8** (2003) 2, 93–102.

[2] E.-D. Rahmo, M. Studniarski, Higher-order conditions for strict local Pareto minima in terms of generalized lower and upper directional derivatives. J. Math. Anal. Appl. **393** (2012), 212–221.

[3] G. Tian, *Existence of equilibrium in abstract economies with discontinuous payoffs and non-compact choice spaces*, Journal of Mathematical Economics **21** (1992), 379–388.