Zaprezentuję wyniki naszych wspólnych badań z Aleksandrem Pawlewiczem na temat $(\Phi, 1)$-sumowalności operatora włożenia przestrzeni Sobolewa $W^{1,1}(\mathbb{T}^2)$ w przestrzeń $L_2(\mathbb{T}^2)$. Podajemy pewne warunki wystarczające dla funkcji Younga Φ, gwarantujące $(\Phi, 1)$-sumowalność.

Nasze rozumowanie przebiega podobnie do zaprezentowanego w pracy *On the Summing Property of the Sobolev Embedding Operator* autorstwa Michała Wojciechowskiego ("Positivity"1 1997, strony 165 - 170). Użyte tam narzędzia zostały obecnie uogólnione na przypadek przestrzeni Orlicza i wraz z twierdzeniem pochodzącym z pracy *Summing inclusion maps between symmetric sequence spaces*, której autorami są Andreas Defant, Mieczysław Mastyło i Carsten Michels (*Transactions of the American Mathematical Society* 354 (11) 2002, strony 4473-4492), mówiącym o $(\Phi, 1)$-sumowalności odwzorowania między pewnymi przestrzeniami ciągowymi, pozwala nam udowodnić wspomniane wyżej twierdzenie.

W dowodzie wykorzystujemy możliwość włożenia przestrzeni Sobolewa w przestrzeń Biesowa-Orlicza. Mianowicie, podaliśmy warunek wystarczający wyrażony w terminach funkcji Ψ i Φ gwarantujący ograniczoność operatora włożenia

$$W^{1,1}(\mathbb{T}^2) \hookrightarrow B^{\Psi}_{\Phi,1}(\mathbb{T}^2),$$

gdzie wspomniana wyżej przestrzeń Biesowa-Orlicza zdefiniowana jest wzorem

$$B^{\Psi}_{\Phi,1} = \Big\{ f \in L_{\Phi}(\mathbb{T}^2) : \sum_{n=0}^{\infty} \Psi(2^n)\omega_{\Phi}(f, 2^{-n}) < \infty \Big\}.$$

Drugi aspekt naszej pracy dotyczył uogólnienia twierdzenia Marcinkiewicza o próbkowaniu na przypadek przestrzeni Orlicza. Tu udało nam się co prawda udowodnić tylko jedno z oszacowań obejmujących wspomniane twierdzenie, ale jest to nierówność, której potrzebujemy w dowodzie $(\Phi, 1)$-sumowalności operatora włożenia Sobolewa. Postaram się zaprezentować podstawowe idee naszego rozumowania.