Streszczenie

Praca podzielona jest na trzy części. Rozpoczynamy od wprowadzenia czytelnika w temat funkcji symetrycznych, po czym przechodzimy do badania obiektów, na których skupiamy się w pracy: *kumulant*. Na koniec dowodzimy szczególny przypadek otwartej hipotezy dotyczącej kumulant LLT.

W pierwszej części, która składa się z dwóch rozdziałów, definiujemy przestrzeń funkcji symetrycznych, a także wprowadzamy klasyczne pojęcia i wyniki tejże teorii. Opisujemy związki z innymi działami matematyki, takimi jak teoria reprezentacji czy geometria algebraiczna, co daje dodatkową motywację do badań funkcji symetrycznych. W szczególności przywołujemy hipotezę Dołęgi dotyczącą Schur dodatniości kumulant Macdonalda, która była punktem startowym dla wyników prezentowanych w tejże pracy.

Druga część wprowadza nową klasę funkcji symetrycznych: *kumulanty LLT*, które mogą być narzędziem do dowodu hipotezy Dołęgi. Definiujemy różne normalizacje tychże kumulant i dowodzimy, że kumulanty Macdonalda wyrażają się jako dodatnia suma kumulant LLT kształtów taśmowych. Ponadto interpretujemy kumulanty LLT jako ważoną funkcję tworzącą pewnych pokolorowań grafów, co okazuje się pomocne w badaniu kumulant i pozwala dowieść kilku wyników o dodatniości, rozszerzając między innymi niedawne wyniki w tej dziedzinie.

Ostatnia część prezentuje dowód kombinatorycznej formuły na dodatnie rozwinięcie kumulant LLT w przypadku, gdy ciąg kształtów należy do klasy grafów zwanych topniejącymi lizakami. W tym celu badamy ścieżki Schrödera i relacje na tychże ścieżkach, które pomagają zrozumieć strukturę jednokomórkowych kumulant LLT i w konsekwencji dają algorytmiczny sposób na rozkład kumulant LLT topniejących lizaków.