Recenzja osiagnięcia habilitacyjnego 'Od podwójnych grup Liego przez grupoidy różniczkowe do grup kwantowych' przedstawionego przez doktora Piotra Stachurę we wniosku złożonym w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk

Adam Skalski
Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk

Osiągnięcie naukowe doktora Piotra Stachury stanowiące podstawę wniosku habilitacyjnego składa się z pięciu samodzielnych prac opublikowanych w latach 2000-2019 w niezłych czasopismach o zasięgu międzynarodowym. Wspomniane artykuły są niewątpliwie spójne tematycznie: dotyczą konstrukcji pewnych grup kwantowych w sensie Woronowicza, powstających jako iloczyn bikrzyżowy dwóch (klasycznych) podgrup pewnej grupy Liego. Przypomnijmy, że przez grupę kwantową (a dokładniej przez "algebrę funkcji na 'lokalnie zwartej' grupie kwantowej") rozumiemy tu pewną C^*-algebrę wyposażoną w dodatkową strukturę, klasycznie odpowiadającą operacji grupowej na zbiorze 'punktów przestrzeni topologicznej', a kwantowo wyrażaną przez operator komnożenia działający na poziomie C^*-algebraicznym, zwykle implementowany przez tak zwany 'multiplikatywny operator unitarny' w sensie Baaja-Skandalisa. Motywujące przykłady powstają często jako nieprzemienne deformacje algebr funkcji ciągłych na klasycznych grupach lokalnie zwartych; tak Woronowicz skonstruował algebrę związaną z grupą kwantową $SU_q(2)$, co otworzyło drogę z jednej strony do konstrukcji deformacji wszystkich klasycznych zwartych półprostych jednospójnych grup Liego, z drugiej zaś do powstania pełnej abstrakcyjnej teorii zwartych grup kwantowych. Przypadek niezwarty jest dużo trudniejszy; tym bardziej wartościowe są konkretne metody konstruowania przykładów. Iloczyn bikrzyżowy, będący uogólnieniem iloczynu półprostego grup, czy szerzej iloczynu krzyżowego algebr Hopfa, funkcjonował jako źródło nietrywialnych grup kwantowych już od lat sześćdziesiątych XX wieku, czyli od początku teorii tak zwanych algebr Kaca. Na początku lat dziewięćdziesiątych intensywne badania nad tą konstrukcją w kontekście algebr Hopfa oraz algebr Hopfa-von Neumanna prowadził Majid, wraz z powstaniem teorii lokalnie zwartych grup kwantowych w sensie Kustermansa-Vaesa pod koniec XX wieku jasne było, że i w tym kontekście iloczyn bikrzyżowy będzie odgrywał istotną rolę; ostatecznie konstrukcja została podana przez Vaesa i Vainermana w pracy [46], o czym więcej powiemy niżej. Punktem wyjścia budowy iloczynu bikrzyżowego w każdym przypadku są dwie grupy (algebry Hopfa, grupy kwantowe) działające na sobie nawzajem w 'koherentny' sposób, a naturalne przykłady biorą się z grup posiadających 'niemal pełny' rozkład na dwie niekomutujące ze sobą podgrupy.

Osiągnięcie habilitacyjne doktora Piotra Stachury w telegraficznym skrócie można opisać jako podanie konstrukcji iloczynu bikrzyżowego w kontekście grup Liego, przy wykorzystaniu C^*-algebr grupoidów różniczkowych, i wykorzystanie jej do badania konkretnych przykładów, w szczególności tak zwanej κ-deformacji grupy Poincaré wprowadzonej do literatury fizyki matematycznej przez Lukierskiego, Nowickiego i Ruegga. Omówię teraz pokrótce treść kolejnych prac składających się na osiągnięcie. Podobnie jak habilitant, będę używał pojęcia 'podwójna grupa Liego' dla grupy Liego posiadającej odpowiedni ('niemal pełny') rozkład na dwie podgrupy Liego.

Praca [H1] zawiera krótki i nietrudny dowód "manageability" (czyli 'kontrolowalności') multiplikatywnego operatora unitarnego W związanego z podwójną grupą Liego, oparty na jawnej konstrukcji operatora Q opisującego interakcję między operatorem W a jego 'transpozycją' oraz sprawdzeniu jego własności.

Artykuł [H2] ma centralny charakter dla całego osiągnięcia: opisuje pewne C^*-algebry typu grupoidowego związane z podwójną grupą Liego, a następnie konstruuje związane z każdą z nich elementy struktury lokalnie zwartej grupy kwantowej: multiplikatywny operator unitarny, antypod, operatory skalowania, oraz niezmienniczą wagę Haara.

Praca [H3], której tytuł może być nieco mylący (biorąc choćby pod uwagę to, że artykuł, w którym habilitant faktycznie konstruuje C^*-algebrę mającą odpowiadać wspomnianej deformacji, czyli [H5], pracy [H3] nawet nie cytuje), zajmuje się wyłącznie konstrukcjami na poziomie pewnych grupoidów różniczkowych związanych ze spójną składową grupy Lorentza. W szczególności proponuje rozwiązanie problemu polegającego na tym, że aby móc zastosować teorię podwójnych grup Liego (czy iloczynów bikrzyżowych w sensie Vaesa-Vainermana) do konstrukcji grupy kwantowej dualnej do κ-deformacji grupy Poincaré należy dobrać uważnie odpowiednie podgrupy i sens, w jakim rozkład jest 'niemal pełny'.

Praca [H4] dotyczy pewnej deformacji grupy afinicznej '$ax+b$' zaproponowanej przez Baaja i Skandalisa. Habilitant pokazuje, że daje się ona badać przy użyciu technik rozwiniętych w pracy [H2], a dokładniej, że metody [H2] zastosowane do zwykłej grupy '$ax + b$' i jej pewnych podgrup pozwalają skonstruować C^*-algebrę z komnożeniem na poziomie 'formalno-algebraicznym' identyczną z tą podaną przez Baaja i Skandalisa. Warto przy okazji nadmienić, że faktyczna równoważność obu konstrukcji została wykazana w bardzo niedawnym preprincie 'Quantization of subgroups of the affine group' Bieliawskiego, Gayrala, Nieszwiejewa i Tuseta, arXiv:1906.01889.

Wreszcie artykuł [H5] opisuje explicite konkretny przykład zastosowania metod [H2] do pewnych podgrup spójnej składowej grupy Lorentza. Zawiera on, podobnie jak dzieje się to w [H4], i co wynika już z ogólnych rezultatów [H2], konstrukcję dwóch grupoidów różniczkowych, których C^*-algebry okazują się izomorficzne, ale naturalne komnożenia już nie: są związane ze sobą unitarnym skręceniem. Tu również habilitant podaje pewne wzory opisujące działanie komnożenia na generatorach rozważanych C^*-algebr, opisuje explicite otrzymane skręcenie, omawia związki uzyskanych relacji komutacji z tymi obecnymi w literaturze, a wreszcie przedstawia na formalnym algebraicznym poziomie przestrzeń κ-Minkowskiego, na której 'potencjalnie' działa skonstruowana grupa kwantowa.

Wyniki przedstawione w osiągnięciu habilitacyjnym są ciekawe i wysoce nietrywialne. Stosowane metody stanowią interesującą mieszankę klasycznej teorii grup Liego – w szczególności konkretnych przykładów takich grup – elementarnej, ale w szczegółach technicznej geometrii różniczkowej oraz teorii algebr operatorowych. Wątpliwości nie budzi samodzielność naukowa habilitanta: prace składające się na osiągnięcie są jednoautorskie, a proponowane podejście do konstrukcji iloczynów bikrzyżowych przy pomocy geometrii różniczkowej i konsekwentne używanie języka grupoidów stanowią charakterystyczny rys osiągnięcia. Habilitant wykazuje się też zręcznością w pracy ze skomplikowanymi obiektami, wymagającej często długich, zaawansowanych obliczeń. Choć prace są napisane nieźle na poziomie technicznym, w kilku przypadkach nie jest niestety łatwo stwierdzić, jakie problemy zostały dokładnie i ostatecznie rozwiązane, a jakie pozostają otwarte: często twierdzenia są formułowane w postaci: 'zachodzi wzór: ...', a sens, optymalność czy faktyczne znaczenie podawanego dalej wzoru są omawiane wyłącznie w późniejszej dyskusji bądź wręcz pomijane – przykładem takiej sytuacji są choćby rozdziały 4 i 5 pracy [H5], czy rozdział 6 pracy [H4]. Podobnie w całej dyskusji osiągnięcia nie sposób znaleźć wyjaśnienia faktu, że choć mamy do czynienia z κ-deformacjami, a parametr κ nie pojawia się nigdzie w konstrukcjach (w istocie kryje się on w wyborze stabilizatorów, a ten stosowany w pracach z osiągnięcia odpowiada ustaleniu powiedzmy $\kappa = 1$ – wypadałoby to jednak gdzieś napisać). Kilkukrotnie odniosłem wrażenie, że czytam rozważania autora na temat ciekawych i ważnych problemów, które on sam głęboko przemyślał i prezentuje odbiorcom nie tyle rozwiązania, co właśnie swoje dotyczące ich przemyślenia.

Wszystkie wspomniane silne strony wniosku nie zmieniają też faktu, że fundamentalna dla osiągnięcia i wielokrotnie wykorzystywana konstrukcja iloczynu bikrzyżowego oparta na grupach Liego, pochodząca z pracy [H2], została w istocie, jak przyznaje sam habilitant, opisana w dużo większej ogólności, metodami topologicznymi oraz teoriomiarowymi, w pracy [46] Vaesa i Vainermana z 2003 roku (która na przykład pokazuje, że główny wynik pracy [H1], dotyczący pojedynczego przykładu, zachodzi w bardzo dużej ogólności). Niewątpliwie początkowe wyniki były uzyskiwane równolegle i trudno doszukiwać się problemu w tym, że praca [H2] nie odnosi się w głównym tekście szczegółowo do [46]. W przypadku prac [H4] i [H5] budzi już jednak pewien niepokój fakt, że autor nie wykorzystuje prostszej i ogólniejszej technologii Vaesa i Vainermana, w szczególności odwołując się do podanych przez nich wzorów na różne elementy struktury budowanej grupy kwantowej, a nawet nie podejmuje próby wyjaśnienia różnic, jakie pojawiają się przy proponowanym przez jego podejściu. Podobny zarzut dotyczy kilku innych aspektów osiągnięcia. I tak na przykład habilitant konsekwentnie wykorzystuje badane przez Zakrzewskiego pojęcie grupoidu różniczkowego i rozwiniętą w swojej pracy doktorskiej konstrukcję związanej z takim grupoidem C^*-algebry opartą na semigęstościach, całkowicie ignorując rozwijającą się już od blisko 40 lat i obecnie będącą jednym z centralnych tematów badań eskpertów od algebr operatorowych teorię C^*-algebr grupoidów topologicznych. Ani we wniosku, ani w żadnej z prac z osiągnięcia nie znalazłem choćby krótkiej wzmianki o tym, kiedy konstruowane w te dwa sposoby algebry są izomorficzne, kiedy się różnią, a kiedy posiadają jakieś wspólne własności.

Obecność struktury różniczkowej zdaje się pozwalać badać również to, jak budowana konstrukcja iloczynu bikrzyżowego 'działa' na poziomie algebr Liego, co wspominają zresztą Vainerman i Vaes w Rozdziale 5.2 pracy [46]. Habilitant przelotnie wspomina o takiej możliwości w autoreferacie, ale nie wykorzystuje jej głębiej. Co więcej, fundamentalna jeśli chodzi o listę przykładów iloczynów bikrzyżowych o jakich mowa w osiągnięciu habilitacyjnym praca Vaesa i Vainermana 'On low-dimensional locally compact quantum groups', *Locally Compact Quantum Groups and Groupoids. Proceedings of the Meeting of Theoretical Physicists and Mathematicians, Strasbourg, February 21 - 23, 2002., IRMA Lectures on Mathematics and Mathematical Physics, Walter de Gruyter, Berlin, New York (2003),* nie jest w osiągnięciu nawet cytowana. Nie jest więc jasne, jak sytuacje badane powiedzmy w [H5] mają się do przykładów przeanalizowanych 16 lat wcześniej przez Vaesa i Vainermana; na ile są fundamentalnie inne, na ile podobne.

Pozostały dorobek i aktywność naukową doktora Stachury po doktoracie (obronionym w 1999 roku) oceniam jako częściowo satysfakcjonujące. Oprócz pięciu prac zawartych w osiagnięciu habilitacyjnym jest on również autorem bądź współautorem dziesięciu innych artykułów, z których osiem zostało opublikowanych. Nie licząc prac sprzed doktoratu, dotyczyły one z jednej strony pewnych zagadnień związanych z teorią grupoidów czy struktur Poissonowskich ([P10] czy [P8]), z drugiej zaś pewnych nierówności operatorowych, posiadających ciekawe konsekwencje dla pewnych zagadnień kwantowej mechaniki statystycznej. Prace te były w większości publikowane w dobrych, choć nie absolutnie czołowych czasopismach, takich jak np. Reports on Mathematical Physics.

Biorąc pod uwagę ilość publikacji i etap kariery dr Stachury (20 lat od doktoratu) liczba cytowań w literaturze matematycznej (32 cytowania według bazy MathSciNet w dniu pisania recenzji) nie jest zbyt imponująca. W szczególności prace zawarte w osiągnięciu habilitacyjnym zostały łącznie zacytowane 10 razy, wliczając w to pięć autocytowań. Oczywiście po części wynika to z zaawansowania technicznego i poziomu skomplikowania badanych tematów, ale z drugiej strony wspomniana już wielokrotnie praca [46], dotycząca podobnych zagadnień, została jak do tej pory zacytowana 69 razy. Uważam, że istotny wpływ mają na to wymienione już wcześniej pewna nieczytelność formułowania przez habilitanta rozwiązywanych problemów oraz brak podejmowania istotniejszych wysiłków na rzecz odniesienia się do innej współczesnej literatury.

Spory niedosyt budzi aktywność grantowa habilitanta: w wymienionych w autoreferacie projektach grantowych występował wyłącznie w roli jednego z wielu wykonawców, głównie zresztą przed kilkunastu laty. W przeciągu ostatnich dziesięciu lat wygłosił pięć referatów na międzynarodowych konferencjach (w tym dwa w listopadzie 2019); odwiedził też na tydzień Uniwersytet w Getyndze. W latach 2002-2004 odbył staż na George Washington University w Waszyngtonie. Prowadził liczne zajęcia dydaktyczne, ale nie opiekował się (nawet nieformalnie) doktorantami czy postdokami. Pracuje głównie samodzielnie, a wśród jego współpracowników dominują matematycy bardziej doświadczeni. Współorganizował jedną konferencję.

Konkluzja

Biorąc pod uwagę wszystkie powyższe fakty, zdając sobie sprawę z jednej strony z samodzielności, wymagającej tematyki, sensowności i nietrywialności badań habilitanta, a z drugiej z niedostatków polegających na braku głębszych odniesień do innej współczesnej literatury zajmującej się badanymi zagadnieniami i związanym z tym słabym odzewem działalności wnioskodawcy w środowisku naukowym, **uznaję, że osiagnięcie habilitacyjne przedstawione przez doktora Piotra Stachurę, mimo wszelkich wspomnianych usterek spełnia w minimalnym stopniu ustawowe wymagania stawiane kandydatom do habilitacji.**

Adam Skalski
Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk
Warszawa, 2 grudnia 2019 roku

Adam Skalski