Marcin Sroka jest absolwentem Uniwersytetu Jagiellońskiego, odnosił liczne sukcesy w studenckich zawodach matematycznych, trzykrotnie był nagrodzony w Konkursie im. Józefa Marcinkiewicza na najlepszą pracę studencką, w tym pierwszą nagrodą za artykuł w J. Pure Appl. Algebra. Jako doktorant na UJ uzyskał kilka stypendiów, w tym włoskie, oraz 2 granty NCN.

Badania prowadzone przez Marcina Srokę dotyczą istnienia i regularności rozwiązań nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych drugiego rzędu które motywowane są istnieniem specjalnych struktur geometrycznych, np. struktur pojawiających się w kontekście σ-modeli w mechanice kwantowej.

Osiągnięcia opublikowane w cyklu prac [S1, S2, S3] dotyczą kwaternionowego równania Monge'a-Ampère'a. Badania nad tym równaniem zapoczątkowali niezależnie Alesker (laureat nagrody EMS), oraz Harvey i Lawson (laureat nagrody Leroy P. Steele'a). Verbitsky (wykład na ICM 2014) badał kwaternionowy operator Mong'e-Ampère'a w kontekście trywializacji wiązki kanonicznej rozmaitości hiperzespolonej. Zaowocowało to postawieniem przez niego, wspólnie z Aleskerem, nadal nierozstrzygniętej, kwaternionowej hipotezy Calabiego.

Zaczniemy od opisu rezultatów otrzymanych przez Marcina Srokę dla podzbiorów otwartych, spełniających pewien warunek wypukłości, w przestrzeni $\mathbb{H}^n$, gdzie $\mathbb{H}$ oznacza ciało kwaternionów. Niech $MA_{\mathbb{H}}$ oznacza kwaternionowy operator Monge'a-Ampère'a będący dla funkcji gładkich pierwiastkiem czwartego stopnia wyznacznika hiperhermitowskiej części hesjanu tej funkcji. Marcin Sroka wykazał w pracy [S1] istnienie i jedyność słabych, w sensie dystrybucyjnym, rozwiązań problemu Dirichleta

$$\begin{cases} u \in \mathcal{QPSH}(D) \cap C^0(\overline{D}) \\ MA_{\mathbb{H}}(u) = f \\ u_{|\partial D} = \phi \end{cases} \tag{I}$$

dla gładko ograniczonych obszarów D, ciągłej ϕ oraz $f \in L^p(D)$ dla dowolnego $p > 2$. Uogólnia on rezultaty Zhu dla gładkich f, Aleskera oraz Harvey'a i Lawsona dla ciągłych f, Wan dla $p \geqslant 4$. Co więcej Marcin Sroka wykazał, że oszacowania na p nie da się już poprawić, tak aby gwarantować istnienie ciągłych rozwiązań, a tym samym jego wynik stanowi odpowiednik rezultatów Alexandrova ($p \geqslant 1$) dla rzeczywistego i Kołodzieja ($p > 1$) dla zespolonego równania Monge'a-Ampère'a. Regularność ciągłych rozwiązań znalezionych przez Marcina Srokę zbadana została w [S2]. W pracy tej pokazano, że jeśli warunek brzegowy w (I) jest klasy $C^{1,1}$ to rozwiązanie musi być klasy $C^{0,\alpha}$ z ograniczeniem na α podanym w terminach p oraz n. Ponadto wykazano tam stabilność rozwiązań.

Kwaternionowe równanie Monge'a-Ampère'a koduje możliwość otrzymania każdej trywializacji wiązki kanonicznej na rozmaitości hiperzespolonej z metryką HKT. Klasa HKT metryk pojawiła się oryginalnie dzięki badaniu pewnych $N = 4$ supersymetrycznych σ-modeli z torsją. Metryki te stanowią uogólnienie bardziej klasycznych metryk hiperKählerowskich (bez torsji). Nie wiadomo czy równanie to da się rozwiązać na każdej HKT rozmaitości. Trudności sprawiają skomplikowane oszacowania a priori które trzeba otrzymać do rzędu $C^{2,\alpha}$. Na razie jedynym znanym oszacowaniem jest to rzędu C^0. Pierwsi otrzymali je Alesker i Shelukhin stosując skomplikowane metody. W pracy [S3] Marcin Sroka podał znacznie krótszy dowód oszacowania C^0 dla kwaternionowego równania Monge'a-Ampère'a na dowolnej HKT rozmaitości poprawiając jednocześnie czułość zależności oszacowania od warunków początkowych. W przyszłości może to mieć niebagatelne znaczenie np. w sytuacji deformowania wspomnianych metryk i przechodzenia do granicy. Marcin Sroka podał oszacowanie zależne tylko od wielkości geometrycznych oraz L^p normy prawej strony dla dowolnego $p > 2n$ gdzie n jest kwaternionowym wymiarem rozmaitości. Stanowi to odpowiednik C^0 oszacowania otrzymanego przez Yau dla zespolonego równania Monge'a-Ampère'a na rozmaitości kählerowskiej oraz Tosattiego i Weinkova na rozmaitości hermitowskiej. W ten sposób Marcin Sroka poczynił znaczny postęp w kierunku rozstrzygnięcia kwaternionowej hipotezy Calabiego - istotnej dla zrozumienia geometrii HKT rozmaitości.

Sławomir Kołodziej

Literatura

[S1] M. Sroka, *Weak solutions to the quaternionic Monge–Ampére equation*, Anal. PDE, **13**(6), 1755–1776, 2020.

[S2] S. Kołodziej, M. Sroka, *Regularity of solutions to the quaternionic Monge-Ampére equation*, J. Geom. Anal., **30**(3), 2852–2864, 2020.

[S3] M. Sroka, *The C^0 estimate for the quaternionic Calabi conjecture*, Adv. Math, **70**, Article 107237, 2020.