O rodzajnikach i nie tylko

Jerzy Trzeciak
Dział Wydawnictw IMPAN

Wprowadzenie

Słyszy się czasami opinie – niepozbawione racji – że sprawy rodzajników[1] i ogólnie poprawności językowej są drugorzędne – specjalista i tak wszystko zrozumie, a najważniejsze są tzw. wyniki.

Przypuśćmy jednak, że ktoś chce przetłumaczyć na angielski całkowicie gramatyczne zdanie

Rozwiązaniem równania (1) jest funkcja postaci (3)

i, niewiele myśląc, tłumaczy słowo po słowie, opuszczając rodzajniki:

Solution of equation (1) is function of form (3). ← ŹLE!

Zdanie to jest oczywiście całkowicie niegramatyczne, ale co gorsza zupełnie nie wiadomo, „co poeta chciał wyrazić". Oto kilka możliwości:

- Every solution of (1) is a function of the form (3). [To jest oczywiście stwierdzenie postaci $A \subset B$]
- Every function of the form (3) is a solution of (1). [$B \subset A$]
- Some solution of (1) is a function of the form (3). [$A \cap B \neq \emptyset$]

Nie są to jeszcze wszystkie możliwości – często mówiąc po polsku o rozwiązaniu równania, mamy na myśli rozwiązanie jednoznaczne; ponadto słowo 'postać' bywa nadużywane i (3) może nie być „postacią" funkcji, tylko konkretną funkcją. Może więc właściwa jest jedna z poniższych wersji:

- A function of the form (3) is the (unique) solution of (1).
- The function (3) is a solution of (1).
- The function (3) is the only solution of (1).

Każde z tych zdań ma inną treść matematyczną. Warto sobie uświadomić, że przyczyna tej sytuacji tkwi... w zdaniu polskim, które – choć gramatyczne – jest doskonale mętne; po angielsku nic tak mętnego powiedzieć się gramatycznie nie da.

[1] W obecnych gramatykach używa się na ogół nazwy 'przedimek'; pozostaniemy jednak przy tradycyjnej terminologii.

Rzeczowniki policzalne i niepoliczalne

Wyobraźmy sobie, że mamy w zdaniu jakiś rzeczownik. Na ogół – jak widzieliśmy w powyższych przykładach – musimy go jakoś „udekorować”, najczęściej rodzajnikiem (‘a/an’ lub ‘the’). Ale czy rzeczywiście rodzajnik jest potrzebny, a jeśli tak, to jaki?

Odpowiedź na to pytanie zależy od tego, jaki to jest rzeczownik, a ściślej – do jakiej klasy rzeczowników należy.

Nie będziemy się tu zajmować wszystkimi klasami rzeczowników; np. pominiemy imiona własne, choć one też stwarzają rozmaite problemy rodzajnikowe (Warsaw University, the University of Warsaw; London, the Hague; Denmark, the United States, the Netherlands; itd.). Informacje na ten temat można znaleźć w wielu gramatykach i słownikach.

Skupimy się na klasach rzeczowników policzalnych i niepoliczalnych.

Rzeczowniki policzalne (*countable nouns*) to takie, które odnoszą się do konkretnych „obiektów”, mają liczbę pojedynczą i mnogą oraz można przed nimi postawić liczebnik główny:

- one function, two functions
- one process, three processes
- one group, five groups

Rzeczowniki niepoliczalne (*uncountable nouns*) mają tylko liczbę pojedynczą, nie można przed nimi postawić liczebnika i nie odnoszą się do indywidualnych obiektów:

- compactness
- continuity
- existence
- advice
- information

Kłopot polega jednak na tym, że wiele rzeczowników, w tym występujących w tekstach matematycznych, to rzeczowniki jednocześnie policzalne i niepoliczalne – *zależnie od znaczenia*:

- Let μ and ν be two different *measures* on the measurable space (X, Ω). [countable]
- Suppose D has *measure* 1. [uncountable]
- We will give two *proofs* of this fact. [countable]

- Only (iv) needs *proof.* [uncountable]
- Consider the group of *symmetries* of F. [countable]
- The *symmetry* of G about 0 is evident. [uncountable]
- A detailed *study* of the behaviour of H_n is presented in [BX]. [countable]
- The *study* of such modules has played a major role in the development of modular representation theory. [uncountable]

Policzalność oznacza, że w danym znaczeniu rzeczownik występuje jako „przedmiot", a nie np. cecha czegoś, miara czegoś, relacja między jakimiś obiektami, wykonywanie jakiejś czynności (jako np. zagadnienie, w odróżnieniu od konkretnego wykonania), temat rozważań itp.

Zauważmy, że dwa ostatnie z powyższych przykładów (z użyciem słowa 'study') można rozróżnić w ten sposób, że drugie zdanie można zamienić na zdanie z ing-form:

- Studying such modules has played a major role etc.

▷ Zadanie: podaj przykłady „policzalnego" i „niepoliczalnego" użycia słów: application, homeomorphism, equality.

Countable nouns

W odniesieniu do rzeczowników policzalnych zasady stawiania rodzajników wydają się prostsze, począwszy od pierwszej „reguły" (nie bez wyjątków):

Rzeczownik policzalny w liczbie pojedynczej nie może wystąpić „goły".

Nie można np. powiedzieć "for function on $[0,1]$" – musi być jakiś określnik, albo z przodu, albo z tyłu. Można więc powiedzieć np.:

- for a function [dla jakiejś/pewnej funkcji]
- for some function [dla pewnej funkcji]
- for the function f [dla funkcji f (wymienionej wcześniej)]
- for this/that function [dla tej funkcji]
- for every function [dla każdej funkcji]
- for each function [dla każdej z osobna funkcji]
- for any function [dla jakiejkolwiek funkcji]
- for no function [dla żadnej funkcji]

- for neither function [dla żadnej z dwóch (poprzednio wymienionych) funkcji]
- for our function [dla naszej funkcji]
- for Kowalski's function [dla funkcji Kowalskiego]

W liczbie mnogiej rzeczownik policzalny może wystąpić bez określnika albo z określnikiem:

- functions [funkcje ogólnie; matematyk może – jak sądzę – uznać (*for consistency*), że tutaj też *jest* określnik, mianowicie „rodzajnik nieokreślony $\emptyset$"]
- the functions f_i [funkcje f_i (o których poprzednio była mowa)]
- these/those functions [te funkcje]
- some functions [jakieś funkcje]
- all functions [wszystkie funkcje]
- any functions [jakiekolwiek funkcje]
- both functions, both the functions [obie funkcje]
- no functions [żadne funkcje]

Uwaga: nie można powiedzieć "each functions" ani "every functions" – słowa 'each' and 'every' łączą się z rzeczownikami w liczbie pojedynczej (poza pewnymi wyrażeniami idiomatycznymi, np. 'every two hours' = 'co dwie godziny').

Powyżej mieliśmy do czynienia z określnikami stojącymi przed rzeczownikiem (*pre-determiners*). Czasami jednak określnik może stać po rzeczowniku.
Jeśli np. mamy zbiór ponumerowanych funkcji, to możemy powiedzieć:

- We now consider function 2.
- This is not true of function i, $i = 5, \ldots, 10$.

Te przykłady wyglądają sztucznie, ale łatwo podać przykład naturalny:

- The element a_{ij} appears in row i and column j of the matrix A.

Tu liczebnik jest „post-określnikiem" (*post-determiner*). Najczęściej występujące numerowane obiekty to strony, kroki dowodu, twierdzenia itp.:

- on page 3
- in Section 6
- by Theorem 5.1

Matematyka interesuje jednak, czy symbol może być post-określnikiem, tj. czy można powiedzieć ‘function f’, czy też musi być ‘a/the function f’. Niestety, nie mam stuprocentowej odpowiedzi na to pytanie; po pierwsze, wydaje się, że wstawienie (odpowiedniego) rodzajnika nigdy nie jest błędem; po drugie, w znakomitej większości znanych mi przypadków (i dziedzin matematyki) rodzajnik jest używany.

Z drugiej strony, np. w tekstach z matematyki elementarnej często można spotkać ‘triangle ABC’, ‘angle AOB’, ‘line AB’ (bez rodzajnika) – i nie wiem właściwie dlaczego.

W teorii automatów mówi się np.

- The automaton W is in state s.

Wniosek: najlepiej stosować się do zwyczajów przyjętych w tej mierze w (dobrej) literaturze z danej dziedziny matematyki.

Jakiego rodzajnika użyć?

Ustalenie – *w przypadku rzeczowników policzalnych* – jaki ma być rodzajnik (‘a’ czy ‘the’ w liczbie pojedynczej, $\emptyset$ (nic) czy ‘the’ w liczbie mnogiej) wymaga odpowiedzi na proste pytanie:

Do they know which I mean? = Czy wiadomo który/a/e?

‘They’ oznacza tu czytelników lub słuchaczy. Rodzajnik stawiamy w zależności od odpowiedzi – określony dla ‘tak’, nieokreślony dla ‘nie’:

- YES $\longrightarrow$ użyj ‘the’
- NO & singular $\longrightarrow$ użyj ‘a/an’
- NO & plural $\longrightarrow$ użyj $\emptyset$

Zauważmy, że powyższe pytanie, a więc i odpowiedź, czyli decyzja o użyciu rodzajnika, *nie ma charakteru obiektywnego* – zależy od poglądu piszącego na temat wiedzy czytelników. Nie ma w tym zresztą nic dziwnego – forma przekazu informacji zależy na ogół od tego, komu tę informację przekazujemy.

Teraz przeanalizujemy szczegółowo rozmaite syutacje, w których odpowiedź na powyższe pytanie brzmi ‘tak’ lub ‘nie’. Zaczynamy od odpowiedzi ‘tak’, czyli od przypadków, w których został użyty rodzajnik określony ‘the’.

‘The’ przed policzalnymi

Wiadomo który, bo wymieniony wcześniej, ten:

- Let C be a positive constant. (We do not assume that <u>the</u> constant is greater than 1.) [ta stała]

- Let C be the constant of Lemma 3. [ta stała, o której tam mowa – mimo że na ogół nie jest jednoznacznie wyznaczona]
- We shall say that an operator is in standard form if..... Of course, the standard form is not unique.
- Let $A \subset X$. Then every element of the collection A is convex.
- Define $\exp x = \sum x^i/i!$. The series can easily be shown to converge.

Wiadomo który, bo to jest jasne:

- The set of all $n \times n$ matrices is a ring with the well-known definitions of addition and multiplication.

Wiadomo który, bo istnieje tylko jeden:

- The function $-e^{-x}$ is the derivative of e^{-x}. [Tu wstawienie 'a' oznaczałoby nieznajomość matematyki: 'is a derivative' = 'jest pewną pochodną'.]
- Then x must be the centre of the ball U.
- Let $L^1(X)$ be the class of all integrable functions on X. [Z 'a' mielibyśmy „pewną klasę wszystkich funkcji".]

Wiadomo który, bo mówimy, który:

- The function f defined by (2) is automatically continuous. [ta, która jest zdefiniowana]
- Let f be the function defined by $f(x) = ...$
- Let f be the linear form $g \mapsto (g, F)$.
- Let A be the event that ξ admits k fluctuations.
- We will prove the stronger fact that there is no L^1 function such that....

Zauważmy, że tutaj określamy dany obiekt *w tym samym zdaniu*; np. w ostatnim zdaniu można by użyć rodzajnika 'a', pisząc:

- We will prove a stronger fact: there is no L^1 function such that....

Wiadomo który, bo pierwszy, ostatni, największy, ten sam itp.:

- the first section
- the next example
- the last row

- the greatest common divisor
- the least such constant
- the only such map
- the same manifold

Zauważmy, że przed liczebnikiem porządkowym *może* wystąpić ‘a’, np. gdy ‘pierwszy’ odnosi się do obiektów, które nie były wcześniej ponumerowane:

- Here is a first relation between $K[G]$ and trivial G-modules.

‘A’ lub $\emptyset$ przed policzalnymi

Nie wiadomo który, bo jakiś, bliżej nieokreślony:

- A collection τ of subsets of a set X is called a topology if.... [rodzina jakichś podzbiorów]
- A more general theory must be sought to account for these irregularities.

Nie wiadomo który, bo pewien, wcześniej niesprecyzowany:

- After a change of variable we obtain.... [po pewnej zamianie zmiennych, której nie sprecyzowaliśmy wcześniej]
- The integral may be approximated by sums of the form... [przez pewne sumy]
- A slight strengthening of the hypotheses gives us a regular measure. [pewne drobne wzmocnienie]
- Then g has an additional interesting property: it is a convex functional. [ma pewną dodatkową własność]
- A remarkable feature of the solution should be stressed: it is discontinuous at x.
- There exists a unique measure that represents f. [pewna jednoznacznie wyznaczona miara]
- Combining (2) and (3) we obtain, with a new constant C,....

Nie wiadomo który, bo którykolwiek:

- Let f be a solution of (1). [którekolwiek rozwiązanie – przy założeniu, że w tej chwili nie wiemy, ile ich jest]

Nie wiadomo który, bo jeden z (wielu elementów jakiejś klasy):

- Then f is a bounded function. [należy do klasy funkcji ograniczonych]

Nie wiadomo który, bo każdy:

- A zero of order m is counted as m zeros. [Each zero]
- A chain may be represented as a sum of paths in many ways. [Each chain]
- Closed sets are Borel sets. [All closed sets are Borel sets.]
- If H is a normal subgroup of G, left cosets and right cosets coincide.
- F_n converges to F uniformly on compact subsets of A. [on all compact subsets]
- Let A be the set of points at distance 1 from K. [of all points]

Rzeczowniki policzalne – trudniejsze przypadki

▷ W pewnych konstrukcjach z 'with' nie ma rodzajnika:

- There is a directed edge with label x, source a and target b.
- We first construct an automaton over A with state set S.

Rodzajnik się jednak pojawia, gdy rzeczownik ma dodatkowy opis:

- We first construct an automaton over A with a larger state set S.

▷ Gdy mówimy (w liczbie mnogiej) o jakiejś klasie elementów jako całości, używamy 'the':

- The random variables of mean 0 form a hyperplane. [rodzina zmiennych losowych]
- Thus $\pi_n(X)$ can be interpreted as the homotopy classes of maps $S^n \to X$. [zbiór klas homotopii]
- a subalgebra of R containing the constants [zawierająca zbiór wszystkich stałych]
- This group acts transitively on the vertices. [na zbiorze wierzchołków]

Pamiętajmy jednak, że 'the' nie oznacza 'all', czyli 'wszyscy/wszystkie' – tu dobrze jest pamiętać podany już wcześniej przykład:

- Closed sets are Borel sets.

Przykład ten opisuje *zawieranie* pewnych zbiorów. Jeśli mamy do czynienia z *identycznością* zbiorów, często używamy 'the':

- In the plane, the open sets are those which are unions of open discs.

▷ Z niejasnych dla mnie powodów używa się też niekiedy 'the' w liczbie mnogiej w konstrukcjach z 'of':

- We call the elements of V vector partitions.
- Since u is constant on the level sets of g,...
- The algebra A separates the points of X.
- A standard theorem states that it is possible to apply the operators of first-order predicate calculus to finite state automata, obtaining other finite state automata.
- Under a mild hypothesis, the trajectories of a supermartingale are almost surely of limited fluctuation.
- Let P be a set of representatives of the left cosets of H in G.
- Our next result collects some basic facts about the maximal left ideals of B.

▷ Jeśli symbol występuje sam, bez towarzyszącego mu rzeczownika, to na ogół się rozumie, że oznacza on obiekt w liczbie pojedynczej. Jeśli chcemy nadać mu liczbę mnogą, dodajemy 'the':

- Let Y be the set of points with coordinates $y_i = m_i/N$, where the m_i are integers with $0 \le m_i \le pN$.

▷ Często używa się 'a' w dopowiedzeniach:

- We will see that automatic groups satisfy an isoperimetric inequality, a fact that can sometimes be used to prove that a group is not automatic.
- It turns out that f is injective, a fact by no means obvious, and which can be rephrased by saying that....

▷ W konstrukcji 'the set of' nie ma rodzajnika nawet przy jednoznacznych operacjach:

- We define S_i as the set of targets of arrows in T_i.
- the set of homotopy classes of maps $X \to Y$.

Ale: the sum of the differentials of the maps f_i.

$\triangleright$ 'A' występuje w pewnych konstrukcjach idiomatycznych z konkretnymi obiektami:

- These two quantities differ by a factor of 2.
- We might need to cross another k arcs to get to the basepoint.

Rzeczowniki niepoliczalne

Pamiętając o tym, że niektóre rzeczowniki są policzalne w jednym znaczeniu, a niepoliczalne w innym, sformułujmy pierwszą, prymitywną „zasadę":

Rzeczownik niepoliczalny nie może wystąpić z 'a/an'.

Nie można więc podziękować komuś "for an advice" ani rozważać "a continuity".

Mamy więc dwie możliwości: albo brak rodzajnika, albo 'the'.

Zasady, które tym rządzą, a także praktyka użycia, są dość niejasne. Poniższe przykłady należy potraktować jak 'sufficient conditions' (tzn. sufficient for correctness): jeśli tak powiemy, będzie poprawnie; nie jest jednak (dla mnie) jasne, czy nie można równie dobrze powiedzieć inaczej.

Niepoliczalne bez rodzajnika

Cechy i własności bez rodzajnika

Gdy nie wymieniamy obiektu, którego cecha dotyczy, nawet gdy wiadomo, o jaki obiekt chodzi:

- The proof did not really use independence.
- Then $a \leq b$; equality holds if and only if...
- We see that we have strict inequality in (1.1) unless $x = y$.
- By continuity, (2) also holds for $x = 1$.
- For uniqueness, suppose that...
- We first prove sufficiency. [Ale można też zobaczyć: We first prove the sufficiency.]
- Openness is the trickiest part.

Podobnie rzecz się ma, gdy mowa o strukturach matematycznych:

- Right multiplication by ρ also preserves order. [ale: preserves the order $\leq$.]

Gdy wymieniamy obiekt, ale cecha jest 'potencjalna', jest tematem do rozważenia:

- Almost sure continuity of sample paths is an interesting probabilistic property.

Gdy wymieniamy obiekt i cecha jest „aktualna", najczęściej używamy 'the' (zobacz dalej), ale prawdopodobnie często można je opuścić:

- Exactness of the diagram is therefore an easy consequence of (2).

Czynności i procesy bez rodzajnika

- The interplay between A and B needs further investigation.
- Consideration of asynchronous groups was first proposed by Fox.
- The property of being a small group is not invariant under change of generators. [under the changing of generators]
- But $A = B$, by direct calculation.
- Repeated application of (2) yields....
- This work continues research begun in [3].

Miary bez rodzajnika

Po 'to have' i w pewnych innych zwrotach, gdy podajemy wielkość miary:

- Then f has measure 1.
- Every G has norm g.
- Thus P has degree/order 2.
- an element of length 1
- We can find a representative for A in time $O(x)$.

Działania i operacje matematyczne bez rodzajnika

- Since union and concatenation of languages are associative, many parentheses can be omitted.
- But A is also a Banach algebra under pointwise multiplication.
- This was proved in [3] with no appeal to integration.
- Using integration by parts we obtain....
- There is an action of g on X, coming from left multiplication by elements of G.
- These sublattices are isomorphic under multiplication on the right by r.
- a set closed under inversion

Dziedziny nauki lub dziedziny matematyki

- Mathematics is fun.
- Now class field theory implies that....

Niepoliczalne z ‘the’

Cechy z ‘the’

Gdy wymieniamy obiekt, ale cecha jest ‘aktualna’:

W poniższych przykładach prawdopodobnie użycie ‘the’ (lub nie) jest dowolne – ale nie jestem tego pewien.

- By the continuity of the logarithm function,...
- We need an estimate showing the smallness of the tails of $\sum A_i$.
- The completeness of X is proved by projecting B onto....
- It is easy to prove that the existence of a combing is an invariant of pseudoisometry.

Miary z ‘the’

- Then the length of B does not exceed 5.

Czynności z ‘the’

- <u>The</u> introduction by Gromov of this class of groups proved to be a major development in combinatorial group theory.

Działania i operacje matematyczne z ‘the’

(Poniższe użycia, wbrew tytułowi podrozdziału, są policzalne; zostały tu umieszczone po to, by można je było porównać z poprzednimi przykładami działań.)

- <u>The</u> composition of these isotopies is therefore k-Lipschitz.
- Here A is <u>the</u> union of the disks D_i.

Niepoliczalne z ‘a’ (!)

Czynności z ‘a’

(Poniższe użycia są policzalne.)

- This is customarily achieved by <u>an</u> application of the Cauchy-Schwarz inequality.
- <u>An</u> examination of the proof reveals that....
- <u>A</u> straightforward adaptation of the argument in [GY] brings in the fourth moment of G.
- We conclude this subsection by making <u>an</u> explicit calculation of....

Miary z ‘a’

- At any crossing, it must have a positive slope.
- There exists a constant K such that the paths w and w' are at most <u>a</u> Hausdorff distance K from each other.

Działania i operacje matematyczne z ‘a’

- Let K be a subgroup whose conjugates have <u>an</u> empty intersection. [albo: have empty intersection]
- Every open set in the plane is <u>a</u> union of open disks. [jest jakąś sumą dysków]

Rzeczowniki nietypowe

Istnieją rzeczowniki wyjątkowe – bez wątpienia niepoliczalne, a jednak niekiedy używane z ‘a’:

- In this paper we wish to renew an interest in the systematic study of the relationships between....