

dr inż. Adam Deptuła

Politechnika Opolska, Wydział Inżynierii Produkcji i Logistyki

E-mail: a.deptula@po.opole.pl

Modyfikacja rozkładu grafu rozgrywającego parametrycznie na przypadek wielowymiarowego grafu zależności

W metodach grafowych są stosowane takie klasy grafów, jak grafy biegunowe, grafy przepływowe, grafy hybrydowe, grafy wiązań oraz hipergrafy. W grafach rozgrywających parametrycznie rozkład od dowolnego wierzchołka w pierwszym etapie prowadził do struktury drzewiastej z cyklami, a potem do ogólnej struktury drzewiastej rozgrywającej parametrycznie [1]. Dotychczasowe opracowania dotyczyły grafu rozgrywającego parametrycznie „płaskiego”, tzn. wszystkie jego wierzchołki oraz krawędzie należą do jednej płaszczyzny. W celu dokładniejszego modelowania poszczególnych podukładów analizowanego układu [2], konieczne jest budowanie wielowymiarowego grafu zależności.

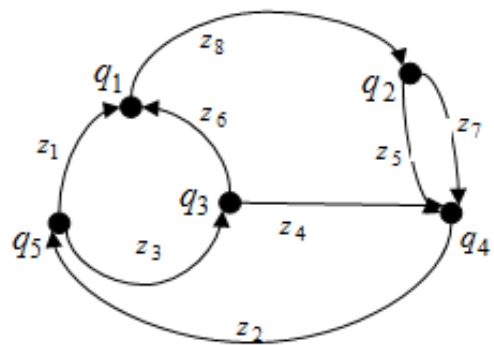
W literaturze przedmiotu [3] grafy rozpatrywane jako figury w przestrzeni nazywa się grafami geometrycznymi. Grafy rozgrywające parametrycznie definiuje się jako: $G = [Q, Z, \phi]$, gdzie: Q — jest zbiorem węzłów, Z — jest przeliczalnym zbiorem krawędzi, ϕ — odwzorowaniem na iloczynie kartezjańskim w postaci: $\phi : W(G) \times W(G) \rightarrow K$, wskazującym na węzły przynależne do krawędzi. Odwzorowanie ϕ można przedstawić także jako funkcję incydencji γ :

$$\phi : \gamma(Z(G)) \subseteq Q(G) \times Q(G),$$

która definiuje krawędzie grafu $z \in Z(G)$.

Na rysunku 1 przedstawiono przykładowy graf zależności rozgrywający parametrycznie.

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
q_1	0	z_8	0	0	0
q_2	0	0	0	z_5, z_7	0
q_3	z_6	0	0	z_4	0
q_4	0	0	0	0	z_2
q_5	z_1	0	z_3	0	0



Rys. 1. Graf zależności rozgrywający parametrycznie i zapis w formie macierzy sąsiedztwa

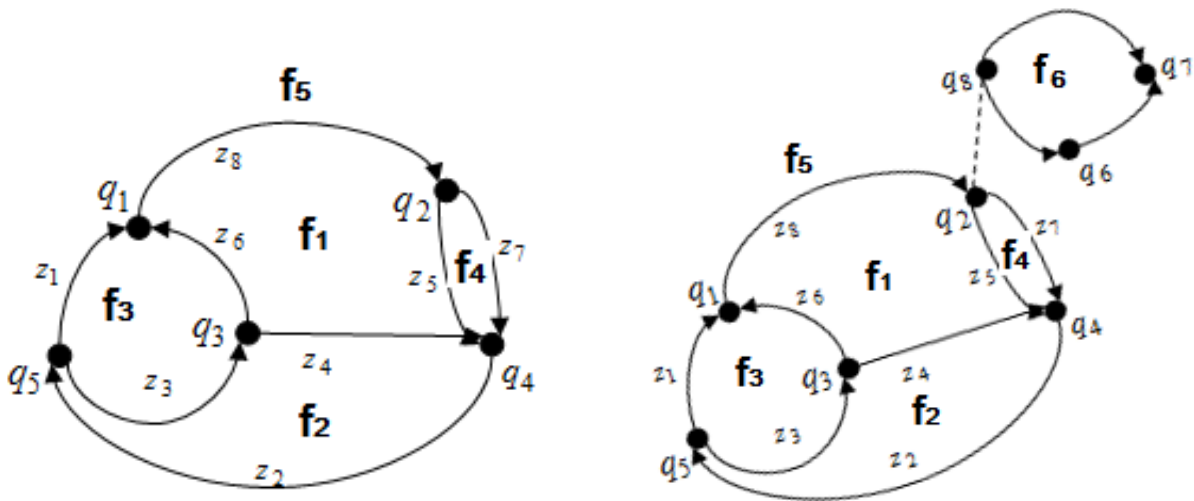
W wyniku rozkładu grafu od wybranego wierzchołka w pierwszym etapie uzyskiwana jest struktura drzewiasta z cyklami, a następnie ogólna struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie G_i^+ oraz G_i^{++} [1].

Przyjmuje się [4], że graf planarny geometryczny, w postaci płaskiego rysunku, dzieli zbiór punktów na obszary (ściany) f_i , gdzie $\{f_i\} \in F$, a F jest zbiorem obszarów grafu G , $i = 1, 2, \dots, f$. Tworząc graf planarny rysunku 1, można zdefiniować odpowiednio 5 obszarów pokazanych na rysunku 2. Definiowanie obszarów w grafie

jest przekształceniem $\phi = Z(G) \rightarrow F(G)$. Liczbę obszarów można określić w oparciu o liczbę zdefiniowanych wierzchołków (q_i), na podstawie twierdzenia Eulera:

Niech G będzie rysunkiem płaskim grafu płaskiego i niech q_i, z_i i f oznaczają odpowiednio liczbę wierzchołków (węzłów), krawędzi i ścian (obszarów) grafu G . Wtedy $n - m + f = 2$.

Dodatkowo można dołączyć do istniejącego grafu oddzielne podgrafy G_i zdefiniowane na innej powierzchni f_i . Grafy zdefiniowane na oddzielnych płaszczyznach mogą być połączone z innym obszarem grafu tzw. mostami. Powstanie mostu zmienia sytuację przestrzenną.



Rys. 2. Przedstawienie obszarów f_i grafu rozgrywającego na podstawie grafu planarnego oraz dołączenie dodatkowego podgrafu na obszarze f_6

Różne obszary (płaszczyzny) jako elementy zbioru F zdefiniowane na grafie rozgrywającym parametrycznie $G = [Q, Z, j]$ można opisać za pomocą wielowymiarowych grafów zależności w postaci cykli, za pomocą odwzorowania:

$$F = \phi(G) = [Q, Z, \phi] = \prod_{i=1}^f [Q_i, Z_i, \alpha] = \prod_{i=1}^f C_i \tag{1}$$

gdzie $Q_i \subseteq Q$ oraz $Z_i \subseteq Z$, α jest równoważne ϕ .

W efekcie otrzymuje się sumę cykli zbudowanych na podzbiorach W_i .

Modyfikacja rozkładu grafu rozgrywającego parametrycznie na przypadek wielowymiarowego grafu zależności wymaga uwzględnienia odwzorowania (1) oraz wszystkich powierzchni f_i , podgrafów w zapisie wyrażen G_i^+ oraz $G_i^{++} : [f_1(k \dots q_r \dots)]^k f_n$.

Literatura

[1] A. Deptuła, M. A. Partyka, *Application of game graphs in optimization of dynamic system structures*, International Journal of Applied Mechanics and Engineering 15 (2010), 647–656.
 [2] A. Deptuła, *Wielowymiarowe grafy zależności rozgrywające parametrycznie w opisie mechatronicznych układów kaskadowych*, XLIV Konf. Zast. Mat., Zakopane 2015.
 [3] J. L. Kulikowski, *Zarys teorii grafów*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1986.
 [4] R. Wilson, *Wprowadzenie do teorii grafów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.