Wojciech Niemiro
Uniwersytet Warszawski
i Uniwersytet Mikołaja Kopernika, Toruń

Algorytmy MCMC dla procesów Markowa z czasem ciągłym

Problem jest następujący. Niech $X = \{X(t), t^{\min} \leqslant t \leqslant t^{\max}\}$ będzie procesem Markowa na skończonej lub przeliczalnej przestrzeni stanów. Obserwujemy stan procesu w momentach $t^{\min} \leqslant t_1^{\mathrm{obs}} < \ldots < t_k^{\mathrm{obs}} \leqslant t^{\max}$ z błędem losowym, czyli formalnie, ciąg zmiennych losowych $Y = \{Y_1, \ldots, Y_k\}$ taki, że $p(Y|X) = \prod_i p(Y_i|X(t_i^{\mathrm{obs}}))$. Powiedzmy, że znamy macierz intensywności przejścia procesu X i „wiarygodność”, czyli $p(Y_i|X(t_i^{\mathrm{obs}}))$. Chcemy odtworzyć rozkład *a posteriori* $p(X|Y)$ (rozkład prawdopodobieństwa na przestrzeni trajektorii procesu X). To zadanie pojawia się przy rozpatrywaniu wielu ciekawych modeli, m.in. reakcji chemicznych w żywych komórkach.

Algorytmy MCMC w pracach [3], [2] pozwalają na generowanie łańcucha Markowa z rozkładem granicznym $p(X|Y)$. W pracy [1] wykorzystuje się dodatkowo techniki SMC (sekwencyjnego Monte Carlo), a mianowicie algorytm PGAS (*Particle Gibbs with Ancestor Sampling*) w celu zwiększenia efektywności i uogólnienia dla nieskończonej przestrzeni stanów. Wszystkie wspomniane algorytmy wykorzystują reprezentację procesu X w postaci procesu Poissona $t^{\min} \leqslant t_1 < \ldots < t_n \leqslant t^{\max}$ opisującego momenty skoków (w tym skoków „wirtualnych”) oraz „szkieletu”, czyli odpowiedniego ciągu stanów.

Wyniki, które będę referował, pochodzą ze wspólnych prac z Błażejem Miasojedowem.

Bibliografia

[1] B. Miasojedow, W. Niemiro, *Particle Gibbs algorithms for Markov jump processes*, `arXiv:1505.01434`.

[2] B. Miasojedow, W. Niemiro, J. Noble, K. Opalski, *Metropolis-type algorithms for continuous time Bayesian networks*, `arXiv:1403.4035`.

[3] V. Rao, Y. W. Teh, *Fast MCMC sampling for Markov jump processes and extensions*, Journal of Machine Learning Research 14 (2013), 3207–3232.