

dr Dariusz Zawisza

Uniwersytet Jagielloński, Wydział Matematyki i Informatyki, Instytut Matematyki

Ergodyczne równanie HJB z nieograniczonym współczynnikiem dyskonta

Rozważamy równanie Hamiltona–Jacobiego–Bellmana–Isaacs postaci

$$\frac{1}{2}\Delta u + \max_{\delta \in D} \min_{\eta \in \Gamma} \left(i(y, \delta, \eta) \cdot \nabla u + h(y, \delta, \eta)u + f(y, \delta, \eta) \right) = 0, \quad y \in \mathbb{R}^n,$$

gdzie $D \subset \mathbb{R}^k, \Gamma \subset \mathbb{R}^l$ są zbiorami zwartymi. Ponadto zakładamy, że funkcje f i h mogą być nieograniczone (dla zmiennej y). Tego typu równanie pojawia się np. w problemie optymalizacji konsumpcji i inwestycji przy założeniu, że stopa procentowa podlega stochastycznym perturbacjom. Naszym celem jest wykazanie, że funkcja wartości dla powiązanego problemu sterowania z nieskończonym horyzontem jest gładkim (klasy \mathcal{C}^2) rozwiązaniem powyższego równania. Na przykładach pochodzących z matematyki finansowej udowodnimy analogiczną własność również w przypadku, gdy zbiory sterowań D lub Γ są zbiorami nieograniczonymi.