Artur Bryk
Szkoła Główna Handlowa
Katedra Matematyki i Ekonomii Matematycznej

Asymptotyczne własności estymatorów jądrowych pochodnych gęstości brzegowej procesu liniowego

Niech $(U_t)_{t=1}^{\infty}$ będzie stacjonarnym ciągiem rzeczywistych zmiennych losowych takim, że $E|U_1| < \infty$ oraz U_t jest $\mathcal{F}_t$-mierzalna, gdzie $(\mathcal{F}_t)_{t=-\infty}^{\infty}$ jest rosnącym ciągiem σ-ciał takich, że $\bigcap_{i=-\infty}^{t} \mathcal{F}_i$ jest trywialne dla dowolnego t.

Rozpatrzmy następujący rozkład na czynniki ortogonalne scentrowanej sumy $S_n = \sum_{t=1}^{n}(U_t - EU_t)$

$$S_n = \sum_{k=-\infty}^{n} E(S_n|\mathcal{F}_k) - E(S_n|\mathcal{F}_{k-1}) \qquad \text{p. n.}$$

Niech $\|U\| = (EU^2)^{1/2}$. Powyższa równość prowadzi do oszacowania

$$\|S_n\|^2 \leqslant \sum_{k=-\infty}^{n} \Big(\sum_{t=1}^{n} \|P_1 U_{t-k+1}\| \Big)^2,$$

gdzie $P_k U_t = E(U_t|\mathcal{F}_k) - E(U_t|\mathcal{F}_{k-1})$.

W referacie omówione zostanie wykorzystanie reprezentacji ortogonalnej do badania własności asymptotycznych estymatora jądrowego pochodnej dowolnego rzędu gęstości brzegowej f procesu średniej ruchomej nieskończonego rzędu postaci: $X_t = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \eta_{t-i}$, $t = 1, 2, \dots$, gdzie $(\eta_i)_{i=-\infty}^{\infty}$ są niezależnymi zmiennymi losowymi o tym samym rozkładzie, średniej 0 i skończonej wariancji, a współczynniki $c_i \in \ell^2$.

Niech $\hat{f}_n^{(d)}(x) = (nb_n^{d+1})^{-1} \sum_{t=1}^{n} K^{(d)}\big(\frac{x - X_t}{b_n}\big)$ będzie pochodną rzędu d estymatora jądrowego dla ustalonej gęstości prawdopodobieństwa K i parametru wygładzającego b_n.

Metoda rozkładu ortogonalnego, struktura martyngałowa reprezentacji ortogonalnej oraz nierówności Freedmana [2] i Burkholdera wykorzystane są do uzyskania ich własności prawie na pewno i według prawdopodobieństwa (słaba i mocna zgodność oraz rzędy zbieżności).

Bibliografia

[1] A. Bryk, J. Mielniczuk, *Asymptotic properties of density estimates for dependent data: application of projection method*, J. Nonparametr. Stat. 17 (2005), 121–133.

[2] D. Freedman, *On tail probabilities for martingales*, The Annals of Probability 3 (1975), 100–118.