

dr inż. Adam Deptuła

Politechnika Opolska, Wydział Inżynierii Produkcji i Logistyki

E-mail: a.deptula@po.opole.pl

Porównanie metod z zakresu analizy przekładni planetarnych za pomocą modeli grafowych

Tematyka zastosowań grafów jako modeli układów mechanicznych była już rozwijana w połowie XX wieku [1, 2], a pierwsze prace sięgają nawet lat 30. [3, 4]. Istnieją zastosowane grafy liniowe, grafy wiązań (bond-graphs, sieci Petriego), grafy przepływu sygnałów (signal-flow graphs) itd. Grafami modelowano następujące rodzaje układów: układy drgające dyskretne, wielomasowe oraz ciągłe, przekładnie, skrzynki przekładniowe (automatyczne), pojedyncze przekładnie planetarne, struktury kablowo-membranowe, kratownice i ramy. Wśród metod analizy przekładni planetarnych można wyróżnić metody m.in.: Hsu [5, 8], Freudensteina [6, 8] oraz Margithu [7, 8].

Analiza przekładni planetarnych polega na realizacji następujących kroków [8]:

- analiza schematu funkcjonalnego przekładni,
- zamiana schematu w graf, zgodnie z wybraną metodą reprezentowania,
- wyróżnienie cykli fundamentalnych (f-cykle) (Hsu, Freudenstein) lub kontury (Margithu),
- utworzenie układu równań opisujących kinematykę przekładni i jego rozwiązanie, wykonując żądane obliczenia np. przełożenie.

Każda z metod cechuje się innym sposobem przyporządkowania grafu do przekładni planetarnej [8].

Metoda Hsu. W przypadku metody Hsu graf jest budowany według następujących zasad: pomijane są wymiary geometryczne oraz rozważa się pary kinematyczne: obrotową, typu „planeta-jarżmo” oraz zazębienie. Generuje się układ równań opisujących kinematykę przekładni. Każde równanie przypisuje się jednemu f-cyklowi. Liczba f-cykli jest równa liczbie krawędzi kreskowych, a dla każdego f-cyklu spełnione jest następujące równanie:

$$\omega_i - \omega_k = \pm N_{j,i}(\omega_j - \omega_k), \quad (1)$$

gdzie ω_i oznacza prędkość obrotową elementu i , $N_{j,i}$ — przełożenie; $N_{j,i} = D_j/D_i = z_j/z_i$.

Metoda Marghitu. Jest metodą grafów konturowych polegającą na wyróżnianiu szeregu kolejnych sztywnych ogniw mechanizmów, tworzących zamkniętą pętlę (tzw. kontur). Dla przykładowego konturu istnieją równania:

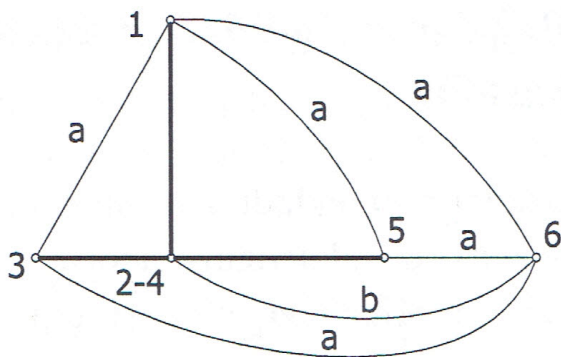
$$\begin{aligned} \sum_{(i)} \omega_{i,i-1} &= 0; & \sum_{(i)} r_{A_i} \times \omega_{i,i-1} + \sum_{(i)} \nu_{A_{i,i-1}}^r \omega_{i,i-1} \\ \sum_{(i)} \varepsilon_{i,i-1} &= 0; & \sum_{(i)} r_{A_i} \times a_{i,i-1} + \sum_{(i)} a_{A_{i,i-1}}^r + \sum_{(i)} a_{A_{i,i-1}}^c - \omega_i^2 r_{A_i A_{i+1}} \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie $\omega_{i,j}$ — wektor względnej prędkości obrotowej i względem ogniwa j .

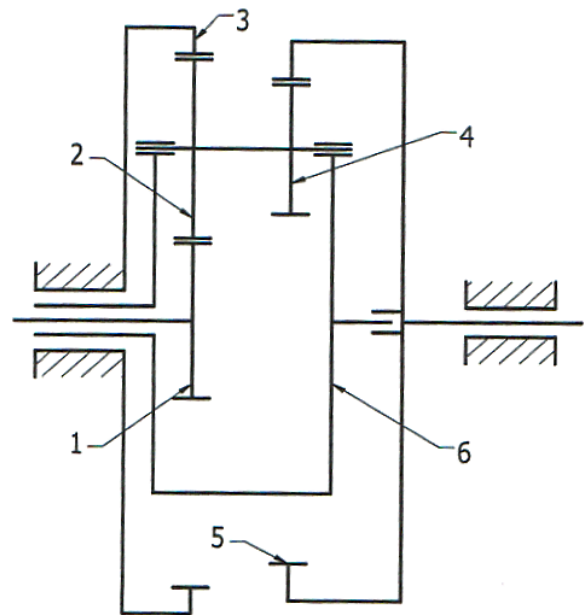
W pracy [9] przedstawiono graf konturowy dla przykładowej przekładni planetarnej.

Metoda Freudensteina. W metodzie tej w przeciwieństwie do metody Hsu, krawędzie typu „zazębienie” rysuje się linią ciągłą grubą. Jednym jej końcem jest wierzchołek grafu reprezentujący planetę, a drugim koło o uzębieniu zewnętrznym lub wewnętrznym.

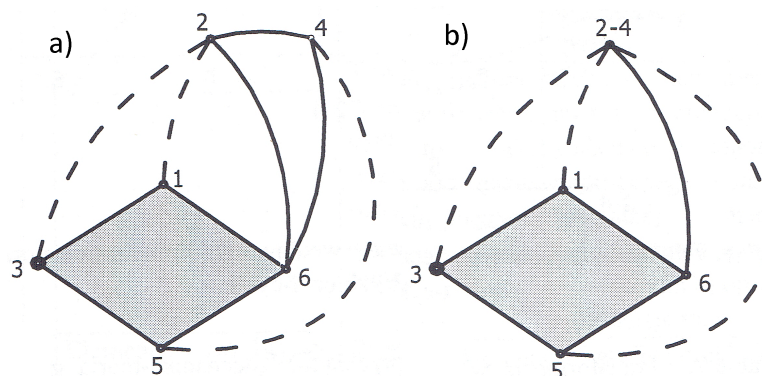
Na rys. 1 przedstawiono schemat przekładni planetarnej. Rysunek 2 przedstawia graf przekładni planetarnej (rys. 1) według zasad Freudensteina, natomiast rysunek 3 według zasad Hsu. Każda z metod bazuje na innej strukturze algebraicznej (będącej modelem przekładni) wyrażonej za pomocą równań i/lub faktów (pojęcia grafowe).



Rys. 1. Schemat przekładni



Rys. 2. Graf przekładni według reguł Freudensteina



Rys. 3. Graf przekładni według zasad Hsu: a) graf — pierwsza wersja, b) graf uproszczony

Różnice pomiędzy metodami występują w przeformułowaniu własności mechanicznych (reguł mechanicznych) do dziedziny teorii grafów. W szczególności:

1. Końcowy kształt struktury algebraicznej:

Metoda Freudensteina: po usunięciu krawędzi reprezentujących zazębienia graf staje się drzewem;

Metoda Hsu: po usunięciu z grafu przekładni krawędzi pozostaje wielokąt z krawędziami, które nie tworzą cykli.

2. Sposób powstawania cykli:

Metoda Freudensteina: kolejne cykle fundamentalne otrzymuje się dodając krawędzie zazębień do uzyskanego wcześniej drzewa;

Metoda Hsu: cykle fundamentalne można wyznaczyć na podstawie algorytmu odnoszącego się do macierzy reprezentującej graf Hsu.

Istotne jest opracowanie metody analizy otrzymanych grafów dla optymalizacji dyskretnej. Każda z metod grafowych dla przekładni planetarnych wymaga zdefiniowania odrębnej struktury decyzyjnej (algebraicznej). W przypadku metody Marghitu otrzymuje się graf konturowy skierowany, dlatego w dalszym etapie analizy zastosowano struktury rozgrywające parametrycznie z grafów zależności [9].

Literatura

- [1] H. M. Trent, *Isomorphism between oriented linear graphs and lumped physical systems*, The Journal of Acoustical Society of America 27 (1962), 500–527.
- [2] F. H. Branin, *The relation between Kron's Method and the classical methods of network analysis*, IRE WESCON Convention Record, Part 2(1959), 3–28.
- [3] F. A. Firestone, *The mobility method of computing the vibration of linear mechanical and acoustical systems: mechanical-electrical analogies*, Journal of Applied Physics 9 (1938), 373–387.
- [4] G. Kron, *Generalized theory of electrical machinery*, AIEE Transactions 49 (1930), 666–683, Discussion, *ibid.*, 683–685.
- [5] C. H. Hsu, *Graph notation and kinematic equations of motion of planetary gear trains*, International J. of Vehicle Design 13 (1992), 233–241.
- [6] F. Freudenstein, *An application of Boolean algebra to the motion of epicyclic drives*, ASME Journal of Engineering for Industry Ser. B 93 (1971), 176–182.
- [7] D. B. Marghitu, *Kinematic chains and machine components design*, Elsevier Amsterdam, San Diego; Academic Press London, 2005.
- [8] S. Zawiślak, *The graph-based methodology as an artificial intelligence aid for mechanical engineering design*, University of Bielsko-Biała, Bielsko-Biała 2010.
- [9] A. Deptuła, *Zastosowanie struktur rozgrywających parametrycznie w analizie przekładni planetarnej zamodelowanej grafem konturowym*, XLV Konf. Zast. Mat., Zakopane 2016, Inst. Mat. PAN, Warszawa 2016.