Barbara H. Jasiulis-Gołdyn
Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego
E-mail: `jasiulis@math.uni.wroc.pl`

Ekstremalny ciąg Markowski typu Kendalla

Proces stochastyczny ([1]) postaci:

$$X_0 = 1, \quad X_1 = Y_1, \quad X_{n+1} = M_{n+1} \left[\mathbf{I}(\xi_n < \varrho_{n+1}) + \theta_{n+1} \mathbf{I}(\xi_n > \varrho_{n+1}) \right],$$

gdzie

$$M_{n+1} = \max\{X_n, Y_{n+1}\}, \quad m_{n+1} = \min\{X_n, Y_{n+1}\}, \quad \varrho_{n+1} = \frac{m_{n+1}^\alpha}{M_{n+1}^\alpha}$$

oraz

(i) $(Y_k) \sim i.i.d.(\nu)$,

(ii) $(\xi_k) \sim i.i.d.(U([0,1]))$,

(iii) $(\theta_k) \sim i.i.d.(\widetilde{\pi}_{2\alpha})$, $\widetilde{\pi}_{2\alpha}\,(dy) = \alpha|y|^{-2\alpha-1}\mathbf{1}_{[1,\infty)}(|y|)\,dy$,

(iv) ciągi (Y_k), (ξ_k) i (θ_k) są niezależne,

(v) θ_{n+1}, M_{n+1} są niezależne.

nazywamy błądzeniem losowym Kendalla. Jego konstrukcja wykorzystuje technikę uogólnionego splotu Kendalla ([7]):

$$\delta_x \vartriangle_\alpha \delta_1 = x^\alpha \pi_{2\alpha} + (1 - x^\alpha)\delta_1, \quad x \in [0,1],$$

gdzie $\pi_{2\alpha}(x) = 2\alpha x^{-2\alpha-1}\mathbf{1}_{[1,\infty)}(x)$.

Proces ten jest procesem Markowa oraz procesem Lévy'ego w sensie splotów uogólnionych ([4]). Jego struktura jest podobna do pierwszego rzędu maksymalnego procesu autoregresji typu Pareto ([2], [3], [11]), MARMA ([6]), procesów minimalnych ([10], [11]), innych ekstremalnych ([1]) oraz perpetuity.

Ponieważ rozkłady generowane przez splot Kendalla mają zazwyczaj rozkłady ciężkoogonowe ([5]), istnieje możliwość ich zastosowania do modelowania pewnych zjawisk ekstremalnych typu wskaźniki znieczyszczeń powietrza, stany wód.

Udowodnimy pewne własności momentów i wysokości drabinowych oraz odpowiednik faktoryzacji Wienera–Hopfa dla błądzeń losowych Kendalla ([7]–[9]). Pokażemy, że transformata Williamsona ([14]) jest najlepszym narzędziem do badania obiektów w algebrze splotu Kendalla.

Bibliografia

[1] T. Alpuim, *An extremal Markovian sequence*, J. Appl. Math. 26 (1989), 219–232.
[2] B. C. Arnold, *Pareto processes*, [w:] Stochastic Processes: Theory and Methods. Handbook of Statistics 19, North-Holland, Amsterdam, 2001, 1–33.

[3] B. C. Arnold, *Pareto Distributions*, Monographs on Statistics and Applied Probability 140, Taylor & Francis Group, 2015.

[4] M. Borowiecka-Olszewska, B. H. Jasiulis-Gołdyn, J. K. Misiewicz, J. Rosiński, *Weak Lévy processes and weak stochastic integral*, Bernoulli 21 (2015), 2513–2551, arXiv: http://arxiv.org/pdf/1312.4083.pdf.

[5] P. Embrechts, K. Kluppelberg, T. Mikosch, *Modelling Extremal Events: For Insurance and Finance*, Applications of Mathematics, Stochastic Modelling and Applied Probability 33, Springer, Berlin 1997.

[6] M. Ferreira, *On the extremal behavior of a Pareto process: an alternative for ARMAX modeling*, Kybernetika 48 (2012), 31–49.

[7] B. H. Jasiulis-Gołdyn, *Kendall random walks*, Probab. Math. Stat. 36 (2016), 165–185, arXiv: http://arxiv.org/pdf/1412.0220v1.pdf.

[8] B. H. Jasiulis-Gołdyn, J. K. Misiewicz, *Classical definitions of the Poisson process do not coincide in the case of weak generalized convolution*, Lith. Math. J. 55 (2015), 518–542, arXiv: http://arxiv.org/pdf/1312.6943.pdf.

[9] B. H. Jasiulis-Gołdyn, J. K. Misiewicz, *Kendall random walk, Williamson transform and the corresponding Wiener–Hopf factorization*, Lith. Math. J., w druku, arXiv: http://arxiv.org/pdf/1501.05873.pdf.

[10] P. A. W. Lewis, E. McKenzie, *Minification processes and their transformations*, Journal of Applied Probability 28 (1991), 45–57.

[11] J. Lopez-Diaz, M. Angeles Gil, P. Grzegorzewski, O. Hryniewicz, J. Lawry, *Soft Methodology and Random Information Systems*, Advances in Intelligent and Soft Computing, Springer, 2004.

[12] A. J. McNeil, J. Nešlehová, *Multivariate Archimedean copulas, d-monotone functions and l_1-norm symmetric distributions*, Ann. Statist. 37 (2009), 3059–3097.

[13] Z. Vol'kovich, D. Toledano-Ketai, R. Avros, *On analytical properties of generalized convolutions*, [w:] Stability in Probability, Banach Center Publ. 90, 2010, 243–274.

[14] R. E. Williamson, *Multiply monotone functions and their Laplace transforms*, Duke Math. J. 23 (1956), 189—207.