

prof. dr hab. Jerzy Klamka
Politechnika Śląska, Instytut Automatyki

Sterowanie z minimalną energią układami dyskretnymi

W okresie ostatnich kilku lat prowadzone są badania w zakresie sterowania optymalnego dla układów dynamicznych niecałkowitego rzędu, zarówno ciągłych, jak i dyskretnych. W pracy rozpatrzone zostanie zagadnienie sterowanie z minimalną energią liniowymi układami dyskretnymi niecałkowitego rzędu o stałych współczynnikach. W tym przypadku równanie stanu jest liniowym równaniem różnicowym z operatorem różnicowym niecałkowitego rzędu, w szczególności ułamkowego rzędu. Zadanie sterowania z minimalną energią polega na przeprowadzeniu układu dynamicznego z zadanego stanu początkowego do zadanego stanu końcowego w określonym czasie oraz z minimalną energią sterowania dopuszczalnego.

Zadanie sterowania z minimalną energią wiąże się ściśle z problematyką sterowalności układów dynamicznych. Zakładając sterowalność układu dynamicznego w zadanym przedziale czasowym oraz brak ograniczeń nałożonych na sterowania dopuszczalne i trajektorie układu dynamicznego, w pracy podane zostanie analityczne rozwiązanie zagadnienia sterowania z minimalną energią dla liniowego stacjonarnego układu dynamicznego niecałkowitego rzędu.

Wykorzystując macierz tranzycji stanu liniowego układu dyskretnego niecałkowitego rzędu oraz odpowiednio zdefiniowana macierz sterowalności, a także postać rozwiązania równania stanu, sformułowane zostaną warunki konieczne i wystarczające sterowalności w zadanym przedziale czasowym oraz na ich podstawie przedstawione zostanie analityczne rozwiązanie zadania sterowania z minimalną energią. Podany zostanie analityczny wzór określający postać sterowania z minimalną energią oraz wzór określający odpowiadającą temu sterowaniu minimalną wartość energii sterowania dopuszczalnego. Wzory te oparte są na badaniu rzędu oraz wyznaczaniu macierzy sterowalności, której postać w każdym przypadku zależy w istotny sposób od parametrów układu dynamicznego oraz długości przedziału sterowania. W obu tych wzorach występuje odwrotność macierzy sterowalności układu dynamicznego.

Istotnymi założeniami warunkującymi wyznaczenie analitycznej postaci wzorów określających sterowanie z minimalną energią są: liniowość oraz sterowalność układu dynamicznego oraz brak ograniczeń zarówno na sterowania dopuszczalne jak i na przebieg trajektorii w przestrzeni stanów. Podane w pracy rezultaty dotyczące sterowalności oraz sterowania z minimalną energią można uogólnić na ciągłe układy dynamiczne niecałkowitego rzędu oraz ciągłe i dyskretnie układy liniowe niecałkowitego rzędu ze zmiennymi w czasie parametrami.