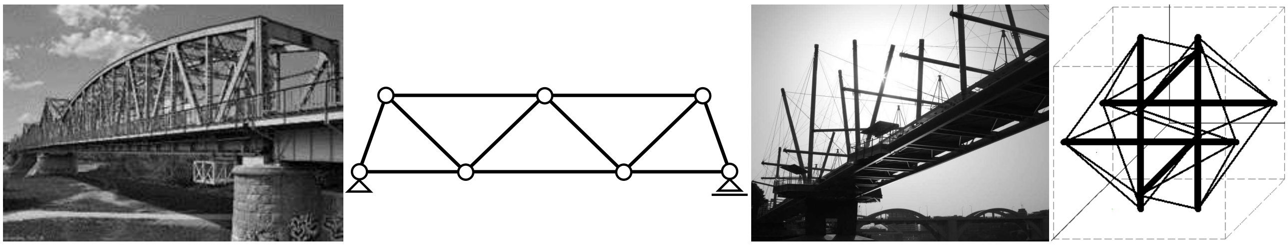
mgr inż. Jan Pełczyński
prof. dr hab. inż. Wojciech Gilewski
Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej

Kratownice i tensegrity z niepewnymi parametrami — zastosowanie aparatu zbiorów wypukłych w mechanice budowli inżynierskich

a *b* *c* *d*



Przedmiotem analizy są k-elementowe poprawnie podparte kratownice (por. Rys. (a,b,c)). Własności mechaniczne kratownic opisane są za pomocą związków geometrycznych $\mathbf{\Delta} = \mathbf{Bq}$, fizycznych $\mathbf{S} = \mathbf{D\Delta}$ oraz równań równowagi $\mathbf{B}^T\mathbf{S} = \mathbf{P}$, w których $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ jest poszukiwanym wektorem przemieszczeń węzłów, $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^n$ wektorem sił działających na węzły, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{k\times n}$ macierzą geometryczną, budowaną na podstawie geometrii kratownicy, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{k\times k}$ diagonalną macierzą, zawierającą informacje o module Younga E_i, polu przekroju A_i oraz długości L_i każdego z prętów, a $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^k$ wektorem sił normalnych w prętach. Równania te można przekształcić do układu równań liniowych postaci $\mathbf{Kq} = \mathbf{P}$, gdzie $\mathbf{K} = \mathbf{B}^T\mathbf{DB}$ jest symetryczną nieosobliwą macierzą.

Szczególnym przypadkiem kratownic są konstrukcje tensergrity (por. Rys. (c,d)). Charakteryzują się one występowaniem stanu samosprężenia (ang. *self-stress*) oraz osobliwością macierzy $\mathbf{K}$, która jest niwelowana poprzez wprowadzenie do równań macierzy geometrycznej $\mathbf{K}_G$, co daje układ $(\mathbf{K} + \mathbf{K}_G)\mathbf{q} = \mathbf{P}$.

W przedstawianej analizie jako niepewne traktowano parametry E_i i A_i, zawarte w diagonalnej macierzy $\mathbf{D}$. Niepewność parametru realizowana jest przez zdefiniowanie macierzy $\mathbf{D}$ jako macierzy przedziałowej. Wykorzystując analizę zbiorów wypukłych, z wyszczególnieniem sumy Minkowskiego, określono zbiór możliwych wartości $\mathbf{P}$ przy założeniu ustalonego wektora $\mathbf{q}$.

W celu wyznaczenia zbioru rozwiązań w przestrzeni q użyto opisu w postaci układu nierówności. Podejście to pozwala na określenie przemieszczeń $\mathbf{q}$ w kratownicach z niepewną macierzą $\mathbf{D}$ przy ustalonym $\mathbf{P}$ oraz w przypadkach występowania niepewności w wektorze $\mathbf{P}$.

Przedstawiona analiza jest możliwa do zastosowania w wielu dziedzinach budownictwa. Opis (np. przy zastosowaniu metody elementów skończonych) może prowadzić do układu równań liniowych o niepewnych parametrach, którymi mogą być również współrzędne węzłów, długości prętów czy kierunki przemieszczeń podpór. Wszystkie wymienione niepewności występują w rzeczywistych konstrukcjach i bardzo trudne, lub wręcz niemożliwe jest ich wyeliminowanie. Zagadnienie jest istotne z inżynierskiego punktu widzenia, gdyż podczas projektowania wymagane jest, aby wartości $\mathbf{q}$ i $\mathbf{S}$ spełniały pewne ograniczenia, więc oszacowanie możliwych wartości pozwoli na bardziej bezpieczne i ekonomiczne projektowanie.