prof. dr hab. Władysław Szczotka
Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego

Asymptotyka błądzenia losowego w czasie ciągłym

W referacie przedstawię pewną metodę badania asymptotyki rozkładu losowej liczby zmiennych losowych i zilustruję ją na przykładzie błądzenia losowego z czasem ciągłym.

Proces błądzenia losowego w czasie ciągłym ma postać $R(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} Y_j$, $t \geqslant 0$, gdzie $\{Y_j\}$ jest stacjonarnym ciągiem zmiennych losowych, $\{N(t)\}$ jest procesem liczącym punkty, tj. $N(t) = \max\{k : T_1, T_2, \ldots, T_k \leqslant t\}$, $t \geqslant 0$, w którym $\{T_j\}$ jest ciągiem nieujemnych zmiennych losowych. Proces ten pojawia się w teorii kolejek, matematyce finansowej i wielu zastosowaniach fizycznych. Problem dotyczy asymptotyki rozkładu tego procesu przy $t \to \infty$, po odpowiednim jego unormowaniu.

Jedna z metod badania asymptotyki tego procesu jest oparta na transformacji czasu. Metodę tę podaję w następujących dwóch przypadkach:
1. $N(nt)/n \xrightarrow{p} \mu t$, $\quad \mu$ stała,
2. poza tym.

W pierwszym przypadku mamy następujace, dobrze znane, twierdzenie.

Twierdzenie 1. *Jeżeli* $\xi_n(t) \overset{df}{=} \frac{1}{a_n} \sum_{j=1}^{[nt]} Y_j \Rightarrow \xi(t)$ *w topologii* J_1 *Skorochoda oraz* $\nu_n(t) \overset{\mathrm{df}}{=} N(nt)/n \xrightarrow{p} \mu t \equiv \nu(t)$*, to* $\frac{1}{a_n} \sum_{j=1}^{N(nt)} Y_j \Rightarrow \xi(\nu(t))$*, w topologii* J_1 *Skorochoda.*

Dowód twierdzenia jest oparty na następujących faktach:

- $\frac{1}{a_n} R(nt) = \xi(\nu_n(t)) = \xi \circ \nu_n(t)$,
- transformacja $\tau(x, \nu) = x \circ \nu$ jest ciągła w topologii J_1 Skorochoda na $D[0, \infty) \times C[0, \infty)_{u,\uparrow}$,
- twierdzenie o zachowaniu się słabej zbieżności przy przekształceniach ciągłych.

W referacie przedstawię metodę z pracy [1] badania asymptotyki procesu $R(t)$ w przypadku drugim. Metoda ta oparta jest na założeniu zbieżności

$$(\xi_n(t), \zeta_n(t)) \overset{\mathrm{df}}{=} \left(\frac{1}{a_n} \sum_{j=1}^{[nt]} Y_j, \frac{1}{b_n} \sum_{j=1}^{[nt]} T_j \right) \Rightarrow (\xi(t), \zeta(t)),$$

w topologii J_1 Skorochoda, gdzie (ξ, ζ) jest dwuwymiarowym procesem Lévy'ego niebędącym złożonym procesem Poissona.

Bibliografia

[1] B. I. Henry, P. Straka, *Lagging and leading coupled continuous time random walks, renewal times and their joint limits*, Stochastic Process. Appl. 121 (2011), 324–336.